ISSN 1023-2842
中山管理評論　2002 年秋季號
第十卷第三期　pp.521-535

應用田口損失函數於投資組合績效指標之研究

A Study of Portfolio Performance Measure Using Taguchi's Loss Function

蔡憲唐 *Hsien-Tang Tsai*
韋　端 *Duan Wei*
國立中山大學
National Sun Yat-sen University

戴貞德 *Jen-Der Day*
國立高雄應用科技大學
Kaohsiung University of Applied Sciences

90 年 11 月 5 日收稿、90 年 12 月 12 日第一次修改、91 年元月 2 日接受刊登

摘　　要

Markowitz 的平均值-變異數投資模型所產生的效率前緣會有高風險高報酬的現象，因而造成投資者在高風險高報酬與低風險低報酬之間取捨的決策兩難。本文主要應用田口望大品質特性損失函數的概念，提出一個可以適當反映期望報酬率與風險間均衡關係的投資組合績效指標（簡稱 IR2 指標）。透過五種金融資產的實例驗證，IR2 指標的適用性得以確認，亦同時發現 Sharpe 指標與變異係數均不適用於高風險高報酬的投資組合績效衡量。

關鍵字：平均值-變異數投資模型、效率前緣、田口損失函數、Sharpe 指標

Abstract

An efficiency frontier generated by Markowitz mean-variance portfolio model normally has higher risk higher return characteristic, which often causes dilemma for decision maker. Based on Taguchi's loss function, a decision-aid performance measure called IR2, which well tradeoffs return with risk, is proposed to evaluate portfolio performance in efficiency frontier. Empirically, the usefulness of IR2 index is confirmed, however, both Sharpe index and "coefficient of variance" are impropriated.

Key words: Mean-variance portfolio model, Efficiency frontier, Taguchi's loss function, Sharpe index

壹、前　言

自 Markowitz（1952）提出平均值-變異數投資組合模型（Mean-Variance Portfolio Model）（以下簡稱 MV 模型）後開創了投資組合理論，立刻成爲最受重視的投資組合計量模型。1990 年時，Markowitz, Sharpe, 與 Miller 三位學者更因此而共同獲得諾貝爾經濟學獎，而 MV 模型的修正、推廣更成爲近來財務金融領域的顯學（Huang and Litzenberger, 1988; Ross, 1999；Hunt and Kennedy,2000；Steele,2001）。投資組合理論中所稱的投資組合效率前緣（portfolio frontier）爲最小變異投資組合機會集合（minimum variance portfolio opportunity set），也就是在既定的投入資金與期望報酬下，求風險（變異數或標準差）最小時之各金融資產之投資組合；或是在既定的風險下求期望報酬最大的投資組合。簡言之，對既定的期望報率求風險極小化之 MV 模型並非僅產生一個固定之投資組合，而是隨著期望報酬率改變，產生多組不同之投資比例組合，多組成對的期望報酬率與標準差因而形成投資組合效率前緣。

在效率前緣中一般會有下列幾種狀況：（a）當低風險高報酬時，此必然爲較佳投資組合；（b）當高風險低報酬時，此種投資組合屬於無效率者，理當被刪除；（c）當高風險高報酬（或低風險低報酬）時，投資者因無法在期望報酬率與風險之間取捨而造成決策兩難。因此如何在效率前緣中選擇一個最佳的投資組合方案，成爲投資決策者最關心的議題。早期有許多文獻探討此問題，通常做法爲透過期望值與變異數（或標準差）分析將選定的效用函數（Utility Function）之期望值極大化以求得『最佳』投資組合，例如 Borch （1969）、Feldstein （1969）、Hanoch and Levy（1970）、Chipman（1973）等。另外有論文關心若只用期望值與變異數的近似函數是否可以真正的極大化效用函數的期

望值，例如 Tsiang（1972）、Levy（1974）、Levy and Markowitz（1979）、 Kroll, Levy and Markowitz（1984）等。

另一個過去較少引起注意的問題是針對效率前緣中的狀況（c）之高風險高報酬及低風險低報酬現象，如何提出一個績效指標能反映期望報酬率與風險間的均衡關係，以協助解決投資者之決策兩難問題，而非僅是要求取最佳投資組合而已。Sharpe（1966） 提出 Sharpe 指標用來評估共同基金之績效，此一指標一直是學術界與實務界衡量投資績效的重要指標，其基本概念爲期望報酬率減去無風險報酬率再除以標準差。鄭錦亞、遲國泰（2001）提出極小化變異係數以求取最佳投資組合的方法。在不考慮無風險報酬率的情況下，Sharpe 指標與變異係數兩者互爲倒數關係，但兩者到底是否能適用於高風險高報酬的情況是頗值得探討的問題。

田口品質工程中（Taguchi, 1986）將品質特性區分爲三類：望目特性、望小特性與望大特性，並分別給予相對應的損失函數以做爲品質改善之決策依據。田口方法在品管界獲得極佳的效果，在工業界蔚爲風尚且備受各方重視，然而損失函數之觀念至今仍少被引進財務管理領域。因此本文利用田口損失函數的概念來建構一個投資組合績效指標以反映期望報酬與風險間之均衡關係，並作爲評估效率前緣中高風險高報酬之投資組合效益、選取最佳投資組合、或評估任意投資組合（如現行方案）效益的決策輔助工具。

本文的架構如下：第一節前言：分析研究議題及相關文獻；第二節介紹 MV 一般模型的建立方式與本文所使用的符號；第三節介紹田口損失函數的概念；第四節依據望大特性損失函數的概念，提出一個投資組合績效指標（簡稱 IR2 指標），同時亦列舉 Sharpe 簡化指標作爲對照；第五節以實例驗證 IR2 指標與 Sharpe 簡化指標的適用性，並比較其差異；第六節結論與建議。

貳、Markowitz MV 模型

Markowitz 的 MV 投資模型可以依據實務的不同需求而加以修正，通常是透過限制式來表達。本文重點並非討論模式的修正，因此將採用一個較爲通用的模式爲例。假設有 n 種金融資產可供投資選擇，限制每一投資比例不能爲負數，在既定的投資報酬率下，欲求風險（變異數）最小的投資組合，則 MV 模式可以用非線性規劃法表示如下：

$$\text{Min} \quad \sigma^2 = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} w_i w_j s_{ij} = w^T S w \tag{1}$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{i=1}^{n} w_i \bar{r}_i = w^T \bar{r} = \mu = \text{ 既定期望報酬率；}$$

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1; \quad 0 \le w_i \le 1$$（w_i 不能為負，即限制不能賣空）。

其中各項符號的定義如下：

μ ：投資組合之期望報酬率；

σ^2 ：投資組合報酬率之變異數，即投資風險；

$\bar{r}_i$ ：第 i 種金融資產之期望報酬率；$\bar{r} = [\bar{r}_1, \bar{r}_2, \ldots, \bar{r}_n]^T$ ；

w_i ：第 i 種金融資產之投資比例；$w = [w_1, w_2, \ldots, w_n]^T$ ；

s_{ij} ：第 i 與第 j 種金融資產之報酬共變異數；

$S = (s_{ij})_{n \times n}$ ：n 種金融資產報酬率的共變異數矩陣；

目前已有許多求解線性規劃或非線性規劃問題的電腦軟體，如 LINDO 或 LINGO 等，本文將採用普及性較高的 Excel 中的『規劃求解』來求解上述模型。

參、田口損失函數

田口品質工程中（Taguchi,1986）將品質特性區分為三類，即望目特性、望小特性與望大特性，並分別給予相對應之損失函數。在望目特性下，產品品質特性（Y）愈靠近目標值（τ）愈佳，例如尺寸、電阻、重量、內外徑…等皆屬於此類特性。其損失函數定義如下：

$$L(y) = k(y-\tau)^2 \tag{2}$$

其中 y 表品質特性之值；k 為損失係數，隨品質特性之價值而定。當 Y 值為 τ 時損失為零；當 Y 值偏離 τ 值時損失呈二次式上升。若對 Y 的分配求期望，則可得

$$E[L(Y)] = kE(Y-\tau)^2 = kMSD = k\{Var(Y) + [\mu_Y - \tau]^2\} \tag{3}$$

其中均方差 MSD 等於變異數加上偏差的平方。

在望小特性下，產品品質特性之測量值愈小愈佳，例如表面粗糙度、熱能損失、污染、噪音、損耗…等皆屬此類特性。此類品質特性通常為正值，其目標值則設定為零 $(\tau = 0)$ ，因此損失函數定義如下：

$$L(y)=ky^2 \tag{4}$$

若對 Y 的分配求期望，則可得

$$E[L(Y)]=kE(Y^2)=kMSD=k\{Var(Y)+\mu_Y^2\} \tag{5}$$

在望大特性下，產品品質特性之測量值愈大愈佳，例如強波、壽命、硬度、黏著力、濃度…等皆屬此類特性，其目標值爲無窮大，因此損失函數定義如下：

$$L(y)=ky^{-2} \tag{6}$$

若對 Y 的分配求期望，並利用二階泰勒展開式求得之近似公式如下：

$$E[L(Y)]=kE(Y^{-2})=kMSD\approx k\{[1+3Var(Y)/\mu_Y^2]/\mu_Y^2\} \tag{7}$$

肆、投資組合績效指標

在投資組合效率前緣中，若報酬愈大且風險愈小，則投資決策者可以輕而易舉的作決策，當然是挑選高報酬低風險的投資組合；反之對於低報酬高風險的投資組合當然亦可以馬上排除。但在投資實務上，高風險高報酬幾乎是必然的現象，亦常造成投資者無法在報酬率與風險之間取捨的決策兩難。本節將利用田口望大品質特性之損失函數的概念來建構投資組合績效指標，並與 Sharpe 指標比較。

一、IR2 指標

由於追求較高的投資報酬率爲投資理財之主要目標，即在一定的風險下投資報酬率愈高愈好，因此符合田口品質工程中之望大品質特性。令 R 表投資報酬率，仿公式（6）則投資損失函數可定義爲投資報酬率平方的倒數（Inverse of squared Return）：

$$L(r)=k'r^{-2} \tag{8}$$

其中損失係數 k' 可隨投資者對損失的偏好而定，因其爲相對概念，不會影響效率前緣中投資組合之間的比較，所以令其等於 1 而暫不討論。此投資損失函數的意義爲報酬率愈高其相對損失愈小，反之報酬愈低則損失愈大。例如當投資報酬率爲 $r=5$ 時，其投資損失函數值爲 0.04；當 $r=10$ 時，投資損失則函數值爲 0.01。

因近似（7）公式可視爲平均數與變異數（標準差）的一個特殊函數，所

以適合用來反映效率前緣中報酬率與風險間之特殊均衡關係，並作爲投資組合決策輔助指標。綜上，我們採用（8）式之投資損失函數而提出投資組合績效指標如下：

$$IR2 = [1+3\sigma^2/\mu^2]/\mu^2, \mu > 0 \tag{9}$$

其中 σ^2 爲風險變異數；μ 爲期望報酬率（同公式（1））。因（8）之英文爲 Inverse of squared Return，因此簡稱爲 IR2 指標，我們將利用此一指標評來估由（1）所產生的投資效率前緣。IR2 指標愈小表示投資損失愈小，因此若欲直接求取最佳投資組合，則（1）可改寫爲：

$$\text{Min} \quad \text{IR2} \tag{10}$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{i=1}^{n} w_i = 1; \quad 0 \le w_i \le 1 \text{。}$$

二、Sharpe 簡化指標（μ/σ）

Sharpe（1966）提出 Sharpe 指標用來評估共同基金之績效，其基本概念爲期望報酬率減去無風險報酬率再除以標準差以計算某一基金之績效。假設存在一個無風險金融資產，若與其他金融資產一起併入 MV 模式中，則會改變投資效率前緣的結構，此時對於效率前緣的績效評估沒有必要再減去無風險報酬率。因此若要將 Sharpe 指標應用於效率前緣的績效評估上，則可以省略無風險報酬率。換言之該指標可簡化爲期望報酬率除以標準差，其經濟意義爲投資者在單位風險下能獲得之期望報酬率，此指標當然愈大愈好，我們將以此簡化指標來評估效率前緣之投資組合並與 IR2 指標比較。

鄭錦亞、遲國泰（2001）認爲變異係數（σ/μ）的經濟學含意是投資者在單位報酬率下所承受的風險，而且很好的反映了投資組合的期望報酬率與風險之間的均衡關係，因而將變異係數極小化作爲最佳投資組合的決策依據，若同時有多個極小值則取期望報酬爲極大值。此變異係數恰爲 Sharpe 簡化指標之倒數。

伍、實例分析與討論

一、實例一

根據中華民國台灣地區金融統計月報，本研究選擇五項金融資產包括存款

（w_1）、貨幣市場（w_2）、二年定存（w_3）、五年公債（w_4）、股市（w_5），括號內符號分別表示其投資組合之比例，並使用 1983 年至 2000 年之歷史資料作爲實例。其中貨幣市場包括：商業本票、可轉讓定期存單、與銀行承兌匯票。歷年來各項金融資產之報酬率及共變異數矩陣整理如表 1 與表 2。

將上述資料代入 MV 模式（1），並利用 Excel 中的『規劃求解』，我們可以快速的得到五項金融資產的效率前緣如表 3 及圖 1，圖 2 則爲針對效率前緣計算所得的 IR2 指標與 Sharpe 簡化指標的比較圖。另外爲了方便繪圖比較，圖 2 與圖 4 中均將 IR2 指標放大 150 倍。以下將逐項討論我們的發現。

1. 從表 1 中的平均報酬率與標準差可看出單一的金融資產基本上亦遵循高風險高報酬的趨勢，如股市即屬典型的例子。但這並非嚴格的規律，如兩年定存的平均報酬較大，而其標準差則小於貨幣市場。

2. 理論上，投資組合的期望報酬率的範圍爲 $5.8022 = min\,\bar{r} \le \mu \le max\,\bar{r} = 25.3000$，但在接近邊界值時，會產生邊界效應，即找不到適當解或是風險提高了。表 3 中 $\mu = 5.8$ 時找不到適當解，$\mu = 5.85$ 或 $\mu = 5.9$ 時的標準差已提高，這兩者均明顯的比 $\mu = 6$ 時的標準差爲高，顯然不可能獲選爲最適的投資組合。

3. 因期望報酬率爲金融資產平均值之線性組合，表 3 顯示當期望報酬率由小至大時，投資組合之比例則由存款逐漸轉移至五年公債與股市，例如當 $\mu \ge 8$ 時，前三個金融資產的比例均爲零。

4. 除邊界效應外，表 3 與圖 1 中可以見到效率前緣中存在著高風險高報酬現象，即期望報酬率（μ）愈大則風險（σ^2 或 σ）愈大，例如當 $\mu = 25$ 時，標準差高達 $\sigma = 48.9132$。明顯的，各金融資產的平均值與標準差會直接影響效率前緣的結構。

5. 圖 2 中，$\mu = 5.85$ 或 $\mu = 5.9$ 時屬低報酬高風險的情況，不需借助任何指標即可判斷其爲無效率之投資組合，觀察 Sharpe 簡化指標（μ/σ）隨 μ 減小而變小尙稱合理。除此種邊界效應外，在高風險高報酬的效率前緣中 Sharpe 簡化指標（μ/σ）隨 μ 增加而呈遞減趨勢。簡言之，即高報酬低 Sharpe 簡化指標，此與高風險高報酬的趨勢正好反向，無法真正協助投資者在期望報酬率與風險之間取捨。因此如將 Sharpe 簡化指標作爲高風險高報酬下的決策輔助指標則對於決策並無幫助，甚至會誘導選擇低風險低報酬的投資組合，例如最適投資組合會出現在

$\mu=6$（$\mu/\sigma=6.6275$）附近。明顯的，這將是非常保守的投資決策。

6. 圖 2 中，隨期望報酬增加 IR2 指標的圖形呈先下降至最低點，隨後上升至某高點後再下降，由圖中的曲線不難看出 IR2 指標確實反映了期望報酬率與風險間的特殊均衡關係，亦即在兩者之間作了某種程度的取捨。在此投資組合績效指標下，最適投資組合在 $\mu=8$（$\sigma=1.7698, IR2=0.0179$）附近。常理判斷，這個指標下的選擇既非在低風險低報酬點，亦非在高風險高報酬點，應是較符合一般投資的實務操作。

7. 由圖 2 中亦可以明顯的看出不同的效率前緣中的投資組合會有相同的 IR2 值，例如在三位小數點的準確下，（$\mu=6.5, \sigma=1.00$）、（$\mu=10.5, \sigma=8.06$）與（$\mu=20, \sigma=34.79$）均有相同的 $IR2=0.025$。簡言之，在 IR2 指標對 μ 與 σ 的取捨下，這三個投資組合是均衡的，即會產生相同的效益。若要再追問三者中何者為佳，則要進一步取決於投資者對風險的偏好與其他非統計因素的考量了。

8. 因變異係數指標恰為 Sharpe 簡化指標的倒數，在高風險高報酬的效率前緣中，變異係數隨期望報酬率增加而呈上升趨勢，因此亦不適合用來作為決策輔助指標。

9. 若將模式（1）中直接 Min IR2，並將 $w^T\bar{r}=\mu$ 限制式刪除，如（10）所示，則可以很快的求到較精準的最適解為：投資組合為 $(w_1,w_2,w_3,w_4,w_5)=(0, 0, 0, 0.9598, 0.0402)$；$\mu=8.1699$；$\sigma=2.0432$；$IR2=0.0178$。

二、實例二

在實例一之五項金融資產中，股市為高風險高報酬的特例，為了觀察在無此類金融資產的影響下 IR2 指標的表現，表 4 與圖 3 為前四種金融資產在 MV 模型（1）所產生的效率前緣，圖 4 針對效率前緣計算所得的 IR2 指標與 Sharpe 簡化指標的比較圖，以下將逐項討論我們的發現。

1. 投資組合之期望報酬率的理論範圍為 $5.8022=min\bar{r}\leq\mu\leq max\bar{r}=7.4528$，此例中並未發生邊際效應。

2. 圖 3 中，效率前緣由存款之點上升至五年公債之點。貨幣市場與二年定存比較，貨幣市場屬於低報酬高風險，因此在效率前緣中並無作用，

亦即其投資比例均為零（表 4）。但由實例一中之表 3 發現明貨幣市場並非全無作用，例如當 $\mu = 7.0$ ，$w_2=0.3203$ 。明顯的，金融資產的平均值與共變異數矩陣會直接影響效率前緣的結構，並無簡單的規則可以事前判斷某單一金融資產是否全無作用。

3. 圖 4 中 Sharpe 簡化指標呈近乎直線下降趨勢，而 IR2 指標亦呈近乎直線下降趨勢。兩者所選擇的最適投資組合正好相反，Sharpe 簡化指標選擇低風險低報酬之組合（當 $\mu = 5.81$ ），而 IR2 則選擇高風險高報酬的組合（當 $\mu = 7.45$ ）。顯然的，Sharpe 簡化指標傾向選擇低風險低報酬，這在高風險高報酬的效率前緣中實是一個過於保守的決策，無法達到決策輔助的功能。從實務的觀點看，IR2 選擇高風險高報酬是較為合理的決策。

4. 同理，變異係數指標為 Sharpe 簡化指標的倒數，隨期望報酬率增加該指標呈上升趨勢，因此亦會選擇 $\mu = 5.81$ 時為其最適投資組合，所以不適合用來作為決策輔助指標。

表 1　五種金融資產歷年報酬表

（單位：% ）

年　度	存　款	貨幣市場	二年定存	五年公債	股市報酬
1983	7.55	8.05	8.83	9.98	36.76
1984	6.67	7.17	8.54	9.24	-14.21
1985	6.28	6.34	7.50	8.21	27.30
1986	4.98	3.19	5.69	5.96	124.78
1987	3.94	3.59	5.25	5.75	149.40
1988	3.79	4.59	5.38	5.88	75.98
1989	5.60	7.79	8.28	9.71	-12.54
1990	7.20	9.47	9.50	10.25	-9.91
1991	7.13	7.56	9.44	9.46	-11.97
1992	6.42	7.10	7.80	8.17	-0.14
1993	6.29	6.76	7.73	8.15	51.32
1994	6.04	6.75	7.39	7.09	-9.51
1995	6.06	6.66	7.21	7.03	10.06
1996	5.79	5.76	6.75	5.78	41.68
1997	5.36	6.82	6.46	6.13	40.10
1998	5.72	6.80	6.18	6.22	-8.00
1999	5.00	4.88	5.28	5.96	-4.01
2000	4.62	4.93	5.00	5.18	-31.69
平均報酬	5.8022	6.3450	7.1228	7.4528	25.3000
標準差	1.0564	1.5991	1.4612	1.7060	49.7606

資料來源：中華民國台灣地區金融統計月報資料

表 2　五種金融資產之共變異數矩陣

Covariance	存　款	貨幣市場	二年定存	五年公債	股　市
存　款	1.1161	1.4172	1.4056	1.4818	-26.3280
貨幣市場	1.4172	2.5571	2.0476	2.2427	-52.3052
二年定存	1.4056	2.0476	2.7166	2.3605	-31.4347
五年公債	1.4818	2.2427	2.3605	2.9104	-32.4738
股　市	-26.3280	-52.3052	-31.4347	-32.4738	2476.1162

表 3　五種金融資產之效率前緣及 IR2 與 Sharpe 簡化指標

w_1	w_2	w_3	w_4	w_5	μ	σ	μ/σ	150*IR2
0.9975	0.0000	0.0000	0.0000	0.0025	5.85	0.9984	5.8595	4.7661
0.9950	0.0000	0.0000	0.0000	0.0050	5.9	0.9510	6.2039	4.6450
0.9899	0.0000	0.0000	0.0000	0.0101	6.0	0.9053	6.6275	4.4512
0.5464	0.2954	0.0630	0.0785	0.0167	6.5	1.0061	6.4609	3.8055
0.2314	0.3203	0.1570	0.2724	0.0188	7.0	1.1840	5.9123	3.3239
0.0000	0.2116	0.2381	0.5302	0.0202	7.5	1.3988	5.3618	2.9449
0.0000	0.0000	0.0000	0.9693	0.0307	8.0	1.7698	4.5203	2.6879
0.0000	0.0000	0.0000	0.9413	0.0587	8.5	2.7417	3.1003	2.7241
0.0000	0.0000	0.0000	0.9133	0.0867	9.0	3.9868	2.2574	2.9420
0.0000	0.0000	0.0000	0.8853	0.1147	9.5	5.3166	1.7869	3.2237
0.0000	0.0000	0.0000	0.8573	0.1427	10.0	6.6806	1.4969	3.5084
0.0000	0.0000	0.0000	0.8293	0.1707	10.5	8.0616	1.3025	3.7665
0.0000	0.0000	0.0000	0.8012	0.1988	11.0	9.4520	1.1638	3.9856
0.0000	0.0000	0.0000	0.7732	0.2268	11.5	10.8483	1.0601	4.1621
0.0000	0.0000	0.0000	0.7452	0.2548	12.0	12.2484	0.9797	4.2974
0.0000	0.0000	0.0000	0.6892	0.3108	13.0	15.0559	0.8634	4.4591
0.0000	0.0000	0.0000	0.6332	0.3668	14.0	17.8693	0.7835	4.5057
0.0000	0.0000	0.0000	0.5771	0.4229	15.0	20.6861	0.7251	4.4704
0.0000	0.0000	0.0000	0.5211	0.4789	16.0	23.5052	0.6807	4.3796
0.0000	0.0000	0.0000	0.4651	0.5349	17.0	26.3257	0.6458	4.2531
0.0000	0.0000	0.0000	0.4090	0.5910	18.0	29.1474	0.6176	4.1048
0.0000	0.0000	0.0000	0.3530	0.6470	19.0	31.9698	0.5943	3.9447
0.0000	0.0000	0.0000	0.2970	0.7030	20.0	34.7928	0.5748	3.7796
0.0000	0.0000	0.0000	0.2409	0.7591	21.0	37.6163	0.5583	3.6142
0.0000	0.0000	0.0000	0.1849	0.8151	22.0	40.4401	0.5440	3.4515
0.0000	0.0000	0.0000	0.1289	0.8711	23.0	43.2642	0.5316	3.2935
0.0000	0.0000	0.0000	0.0728	0.9272	24.0	46.0886	0.5207	3.1415
0.0000	0.0000	0.0000	0.0168	0.9832	25.0	48.9132	0.5111	2.9962

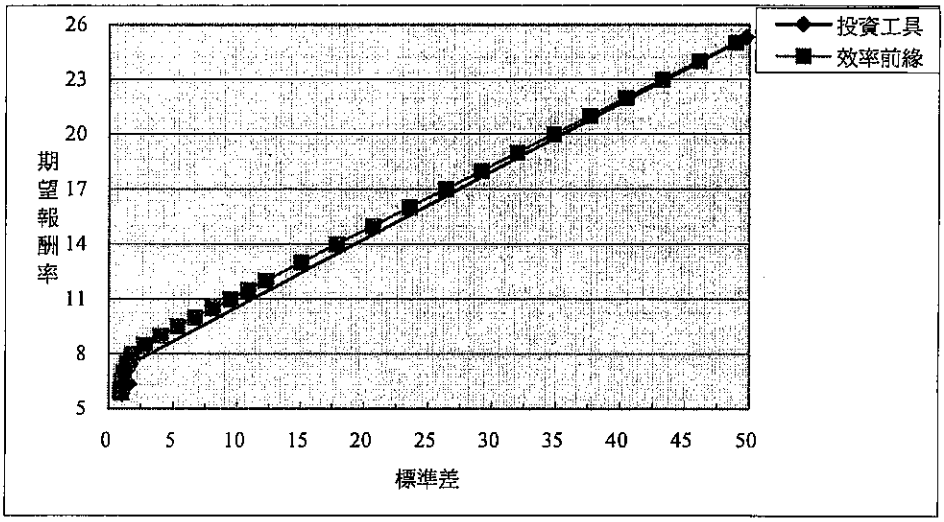

圖 1　五種金融資產在 MV 模式下的效率前緣

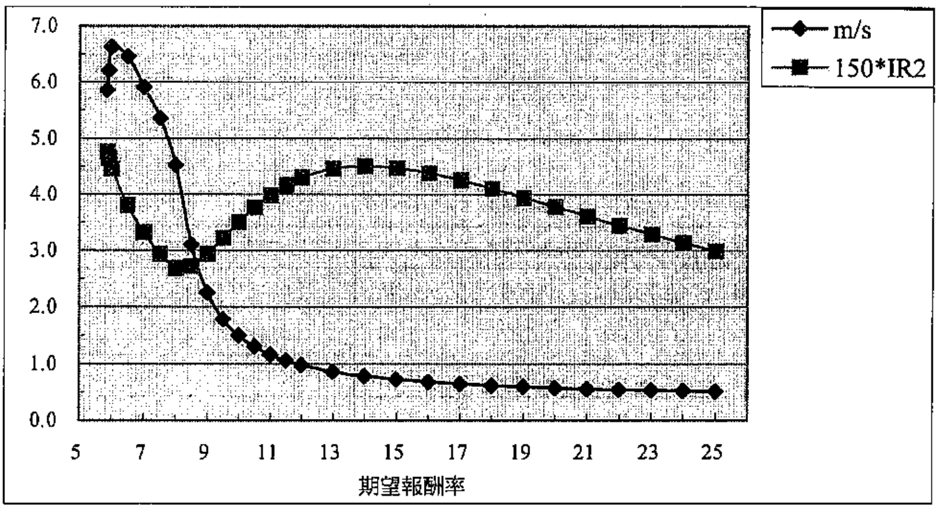

圖 2　五種金融資產效率前緣之 IR2 指標與 Sharpe 簡化指標比較圖

表 4　四種金融資產（未含股市）之效率前緣 IR2 與 Sharpe 簡化指標

w_1	w_2	w_3	w_4	μ	σ	μ/σ	150*IR2
0.9941	0.0000	0.0059	0.0000	□5.81	1.0581	5.4912	4.8858
0.9683	0.0000	0.0140	0.0178	5.85	1.0668	5.4839	4.8203
0.9359	0.0000	0.0244	0.0397	5.90	1.0783	5.4717	4.7409
0.9035	0.0000	0.0348	0.0617	5.95	1.0905	5.4563	4.6639
0.8711	0.0000	0.0453	0.0836	6.00	1.1034	5.4379	4.5894
0.8387	0.0000	0.0557	0.1056	6.05	1.1169	5.4168	4.5171
0.8064	0.0000	0.0661	0.1275	6.10	1.1311	5.3932	4.4470
0.7740	0.0000	0.0765	0.1495	6.15	1.1458	5.3673	4.3789
0.7416	0.0000	0.0870	0.1714	6.20	1.1612	5.3394	4.3128
0.7092	0.0000	0.0974	0.1934	6.25	1.1771	5.3097	4.2486
0.6769	0.0000	0.1078	0.2153	6.30	1.1935	5.2785	4.1862
0.6445	0.0000	0.1182	0.2373	6.35	1.2105	5.2458	4.1255
0.6121	0.0000	0.1287	0.2592	6.40	1.2279	5.2120	4.0665
0.5797	0.0000	0.1391	0.2812	6.45	1.2459	5.1772	4.0091
0.5474	0.0000	0.1495	0.3031	6.50	1.2642	5.1415	3.9532
0.5150	0.0000	0.1599	0.3251	6.55	1.2830	5.1051	3.8988
0.4826	0.0000	0.1704	0.3470	6.60	1.3023	5.0681	3.8457
0.4502	0.0000	0.1808	0.3690	6.65	1.3219	5.0307	3.7940
0.4178	0.0000	0.1912	0.3909	6.70	1.3419	4.9930	3.7436
0.3855	0.0000	0.2016	0.4129	6.75	1.3622	4.9551	3.6944
0.3531	0.0000	0.2121	0.4348	6.80	1.3829	4.9171	3.6465
0.3207	0.0000	0.2225	0.4568	6.85	1.4040	4.8790	3.5996
0.2883	0.0000	0.2329	0.4787	6.90	1.4253	4.8410	3.5539
0.2560	0.0000	0.2433	0.5007	6.95	1.4470	4.8031	3.5093
0.2236	0.0000	0.2538	0.5227	7.00	1.4689	4.7654	3.4656
0.1912	0.0000	0.2642	0.5446	7.05	1.4911	4.7280	3.4230
0.1588	0.0000	0.2746	0.5666	7.10	1.5136	4.6908	3.3813
0.1265	0.0000	0.2850	0.5885	7.15	1.5363	4.6539	3.3405
0.0941	0.0000	0.2955	0.6105	7.20	1.5593	4.6174	3.3007
0.0617	0.0000	0.3059	0.6324	7.25	1.5825	4.5813	3.2617
0.0293	0.0000	0.3163	0.6544	7.30	1.6060	4.5456	3.2235
0.0000	0.0000	0.3114	0.6886	7.35	1.6296	4.5102	3.1861
0.0000	0.0000	0.1599	0.8401	7.40	1.6606	4.4562	3.1531
0.0000	0.0000	0.0084	0.9916	7.45	1.7033	4.3739	3.1264

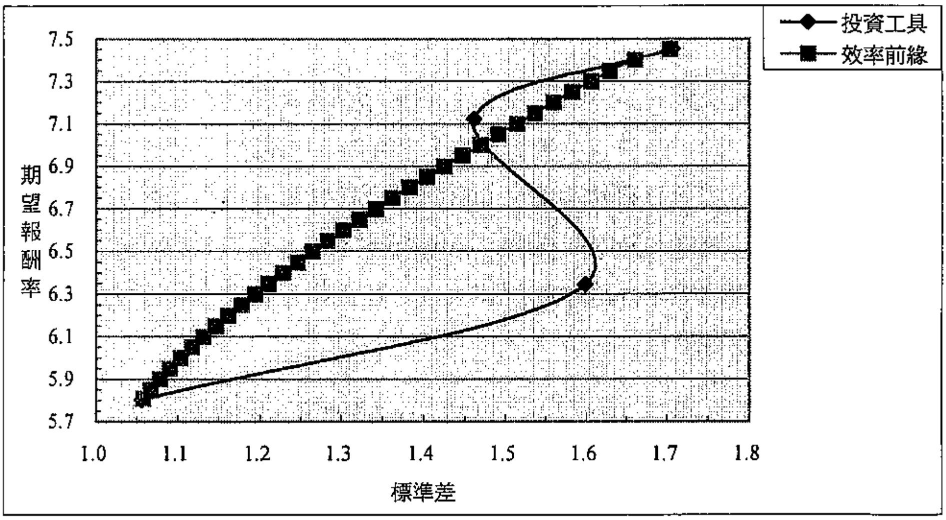

圖 3　四種金融資產（未含股市）在 MV 模式下的效率前緣

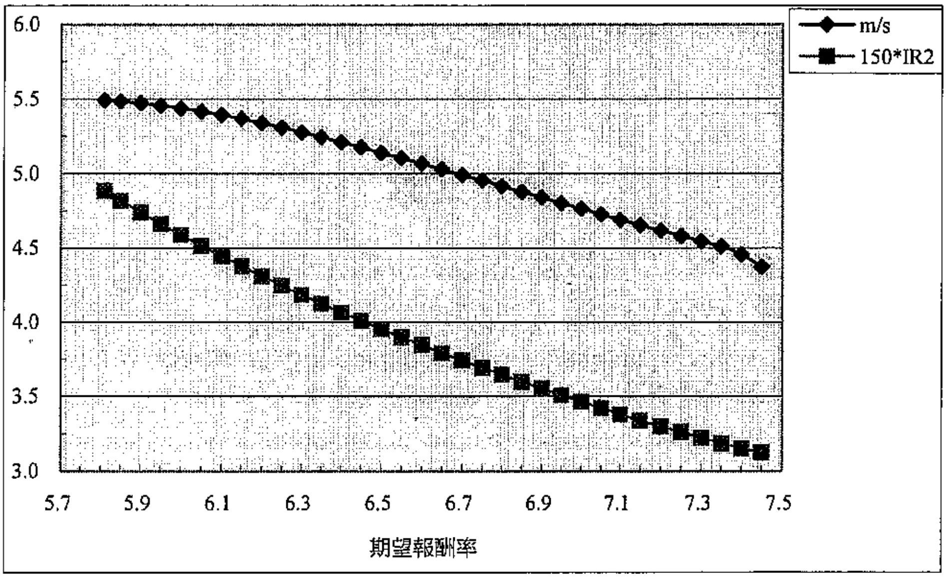

圖 4　四種金融資產（未含股市）效率前緣之 IR2 指標與 Sharpe 簡化指標比較圖

陸、結　論

在限制不得賣空的 Markowitz MV 投資模型所產生的效率前緣中，必然有高風險高報酬的現象，這常造成投資者在期望報酬率與風險之間取捨的決策兩難。本文依據田口望大品質特性損失函數的概念建構投資損失函數，並依此提出一個能適當反映期望報酬率與風險之間均衡關係的 IR2 投資組合績效指標。IR2 指標可用來評估效率前緣中的投資組合，並提供投資者作爲評估投資組合績效與選擇最適投資組合的決策依據。

透過兩個實例的驗證，IR2 指標確實有別於 Sharpe 簡化指標。從 IR2 指標的曲線變化可以看出其能反映出期望報酬率與風險間的特殊均衡關係，並能適當的解決高收益高風險的現象。實例一中，在 IR2 指標下的最適投資組合爲當期望報酬率爲 8.0 附近時，從實務觀點而言這亦是相當合理的投資組合。綜上，IR2 指標確實是一個簡單易用的投資組合績效指標。

本文亦同時探討 Sharpe 簡化指標的適用性，實證結果發現在高收益高風險的效率前緣中，Sharpe 簡化指標亦隨期望報酬率之遞增而遞減，因而傾向於選擇低收益低風險的投資組合，這並無法解決期望報酬率與風險之間的決策兩難問題。變異係數爲 Sharpe 簡化指標之倒數，因此亦不適合作爲投資組合績效指標。

參考文獻

鄭錦亞，遲國泰，2001，「基於差異系數σ/μ的最優投資組合方法」，中國管理科學，9(1): 1-5。

Borch, K. 1969. A note on uncertainty and indifference curves. ***Review of Economic Study***, 36: 1-4.

Feldstein, M.S. 1969. Mean variance analysis in the theory of liquidity preference and portfolio selection. ***Review of Economic Study***, 36: 5-12.

Chipman, J. 1973. The ordering of portfolios in terms of mean and variance. ***Review of Economic Study***, 40: 167-190.

Hanoch, G. and H. Levy. 1970. Efficient portfolio selection with quadratic and cubic utility. ***The Journal of Business***, 43: 181-189.

Huang, C.F. and R.H. Litzenberger. 1988. ***Foundations for Financial Economics***, New York: North-Holland.

Hunt, P.J. and J.E. Kennedy. 2000. ***Financial derivatives in theory and practice***, New York: Wiley.

Kroll, Y., H. Levy. and H.M. Markowitz. 1984. Mean-variance versus direct utility maximization. ***The Journal of Finance***, 39: 47-61.

Levy, H. 1974. The rationale of the mean standard deviation analysis: comment. ***American Economic Review***, 64: 434-441.

Levy, H. and H.M. Markowitz. 1979. Approximating expected utility by a function of mean and variance, ***American Economic Review,*** 69: 308-317.

Markowitz, H.M. 1952. Portfolio selection. ***The Journal of Finance***, 7: 71-91.

Ross, S.M. 1999. ***An Introduction to Mathematical Finance***. Cambridge.

Sharpe, W.F. 1966. Mutual fund performance. ***The Journal of Business***, 39: 119-138.

Steele, J.M. 2001. ***Stochastic Calculus and Financial Applications***. New York: Springer.

Taguchi, G. 1986. ***Introduction to Quality Engineering: Designing Quality into Products and Process***. Japan Tokyo: Asian Productivity Organization.

Tsiang, C. 1972. The rationale of the mean standard deviation analysis, skewness preference, and demand for money. ***American Economic Review***, 62: 354-371.