ISSN 1023-2842
中山管理評論 2002 年秋季號
第十卷第三期 pp.497-520

增進歷史模擬法估計風險值準確性之研究

Improving the Accuracy of Estimating the Value-at-Risk Using Historical Simulation

林楚雄 *Chu-Hsiung Lin*
國立高雄第一科技大學
National Kaohsiung First University

張簡彰程 *Chang-Cheng Chang Chien*
國立高雄第一科技大學
National Kaohsiung First University

90 年 8 月 24 日收稿、90 年 12 月 18 日第一次修改、91 年 4 月 10 日接受刊登

摘　要

本研究提出以 GARCH 模型來修正歷史資料，以提昇歷史模擬法估計風險值（Value at Risk, VaR）的準確性。本研究以台灣股票市場爲實證研究的對象，研究期間爲 1971 年 1 月 5 日至 2000 年 12 月 30 日，樣本共計 8608 日。經失敗率分析以及 Kupiec（1995）的概似比統計量檢定結果，顯示結合 GARCH 模型與歷史模擬法的準確性較原始歷史模擬法以及 Hull 與 White（1998）的估計方法爲佳。由本文的實證結果得知資產波動是估計風險值的重要因素，若能結合波動特性來修正歷史資料，確實可以提升歷史模擬法估算風險值的準確性。

關鍵詞：風險值、歷史模擬法、GARCH 模型

Abstract

This study proposes a procedure for using a GARCH model in conjunction with historical simulation when computing Value-at-Risk (VaR). We collected the data of Taiwan stock market index to evaluate the VaR approaches. The sample period is from January 5, 1971 to December 30, 2000. Based on failure rates and Kupiec test (1995), we show that incorporating GARCH model updating into historical simulation method is a substantial improvement. From the empirical results of this study, it is important to improve accuracy when incorporating volatility updating into the historical simulation method for Value-at-risk.

keywords：Value-at-Risk, Historical Simulation Method, GARCH Model

壹、前　　言

1970 年以來，匯率、利率及商品價格的非預期變動，使得財務市場之波動性與日俱增，增加企業經營的風險。由前幾年德國金屬工業公司（Metallgesellschaft）因操作石油衍生性商品而導致巨額損失、美國加州橘郡（Orange County）操作利率衍生性商品失利以及英國霸菱銀行（Baring Bank）操作衍生性金融商品失敗而宣告倒閉等個案，顯示企業或金融機構的風險控管不當，很可能招致企業的財務危機甚至倒閉的命運。

隨著金融商品的價格波動轉趨劇烈，金融市場陸續發展金融工具與交易策略，藉以管理金融商品價格變動所造成的風險。但是由於金融創新化（如各類衍生性金融商品之發明）與全球化（因資訊科技發達增進全球財務市場之連結性）之影響，使得風險衡量的困難度亦隨之增加。

有鑑於此，各國政府紛紛頒訂相關規範來量化市場風險的衡量，國際權威機構如三十人集團（Group of 30）於 1993 年 7 月公佈的研究報告中，首次提出風險值（Value at Risk, VaR）的觀念來控管市場風險，以提昇企業風險管理的能力。國際清算銀行（Bank for International Settlement）之巴賽爾銀行監理委員會（Basle Committee on Banking Supervision）於 1994 年 7 月提出「衍生性金融商品操作的風險管理原則」（Risk Management Guidelines For Derivatives）的報告中，對市場風險之定義、衡量、控制予以明確之規範，並允許金融機構採用風險值來衡量市場風險以及要求金融機構至少每日對所有的交易組合重新評價，以計算其風險程度。

基本上，計算風險值有三種方法：歷史模擬法（Historical Simulation

Method）、變異數-共變數法（Variance-Covariance Method）以及蒙地卡羅模擬法（Monte Carlo Simulation Method）。其中歷史模擬法除了可以正確反映市場變數的機率分配之外，歷史模擬法尚能捕捉到非線性的風險，因此適合應用於非線性損益型態資產的風險值估計上。此外，歷史模擬法為一種完全評估（full valuation）的方法，不需以簡化現實或是以趨近求解的方式來計算風險值，因此可避免參數估計誤差的問題，然而變異數-共變數法以及蒙地卡羅模擬法則無法免除模型風險。Alexander 與 Leigh（1997）認為歷史模擬法通常使用市場過去數年的資料來觀察過去的損益分配，使得風險值的計算不需任何分配的假設便可達成，而較其他估計方法為優。

雖然歷史模擬法可以避免有母數方法產生模型設定誤差之缺點，但是模型估計的精確性深受歷史資料品質的影響。因為歷史模擬法依靠過去資產報酬分配的特性來反應未來價格的機率分配，因此當歷史資料太少或是歷史資料無法包含極端值時，則歷史資料所形成的機率分配就無法充分反映所有可能的狀況，而導致風險值估計的偏誤。因此歷史模擬法必須仰賴大量的歷史資料，才能較精確估計極端狀態下的風險值。然而當選取大量歷史資料以求取較精確的風險值估計時，則又會產生較久遠的歷史資料稀釋較近期資料所提供的訊息，而影響估計的準確性。因此本研究主要針對歷史模擬法的精確性受到歷史久遠資料無法反映當時市場情況的問題，提出以 GARCH 模型來修正歷史資料，提升歷史資料估計未來價格機率分配的能力，以增進風險值估計的準確性。本文其餘內容如下：第二節為文獻回顧，第三節為研究方法的介紹，第四節為實證結果的分析以及第五節為結論。

貳、文獻探討

Beder（1995）使用歷史模擬法與蒙地卡羅模擬法進行三種虛擬投資組合風險值的衡量，實證結果發現參數設定、歷史資料期間以及相關係數會影響風險值估計的大小。Hendricks（1996）使用 9 種績效指標比較變異數-共變異數法與歷史模擬法在估計 1978 年至 1995 年以 8 種貨幣所構成投資組合的風險值，研究結果指出，在不同的績效標準之下，並無任何一種風險衡量的方法，可以在每一種績效標準下都優於其他方法。

國內研究者如陳若鈺（1999）比較不同風險值模型對外匯市場、股票市場、認購權證風險值的估計與預測績效。實證研究結果發現，在市場結構無太大變

化時，歷史模擬法有極佳的預測效果。盧陽正與涂登財（2000）比較 RiskMetrics 模型、歷史模擬法以及極端值模型，何者較能有效捕捉極端事件與胖尾的現象。實證研究結果發現應用拔靴複製法所產生的歷史資料來從事歷史模擬法時，以樣本期間為 1000 日的估計結果較佳。李麗華（2000）研究發現歷史模擬法不需估計報酬之波動性與相關性，因此減少模型估計誤差所造成之風險，然而歷史模擬期間是否包含股市暴漲暴跌時期會對風險值估計產生重大影響。林潔珍（2000）採用一階、二階常態法以及歷史模擬法，研究票券公司持有部位的風險值，實證結果為以衡量日前 132 個交易日的歷史模擬法所計算的風險值，有較佳的估計績效。

由以上文獻的實證結果顯示，在使用歷史模擬法估計風險值時，歷史資料期間的長度是一個影響估計準確性的重要因素。巴賽爾監理委員會建議使用過去 3-5 年的資料來作為歷史模擬法的估計期間。Danielsson 與 de Vries（1997）指出以歷史資料來計算風險值時，在小樣本下會有嚴重的估計誤差。因為在小樣本下發生極端事件的次數可能很少，導致使用樣本內的資料來估計樣本外的事件發生機率產生誤差，因此歷史模擬法必須仰賴大樣本的資料期間。Goorbergh 與 Vlaar（1999）以歷史模擬法估計荷蘭股票指數時，發現歷史資料期間的長短會影響風險值的變化程度。當資料期間愈短時，則風險值變化程度愈大；而當資料期間愈長時，則風險值的變化程度較小。Vlaar（2000）以歷史模擬法研究荷蘭利率期間動態結構的風險值時，亦得到須以較長時期的資料才會得到較精確的風險值估計。

然而當歷史模擬法考慮選取長時期的歷史資料時，則又會產生太過久遠的歷史資料稀釋較近期資料所提供的訊息，因而降低風險值估計的準確性。有鑑於此，Hull 與 White（1998）提出一個結合近期波動資訊的歷史模擬法，以期改善歷史模擬法估計之績效。Hull 與 White（1998）修正歷史模擬法的方式是使用指數加權移動平均（Exponentially Weighted Moving Average, EWMA）模式計算近期波動資訊來修正較久遠的歷史資料，以獲得一組新的歷史資料，然後再以新歷史資料所得到的價格分配求出風險值。Hull 與 White（1998）使用 12 種匯率及 5 種股價指數做為檢定修正歷史模擬法之估計績效。實證結果顯示，將歷史資料涵蓋期間之波動值變化納入考慮，確實可以改善歷史模擬法估計風險值的績效。Boudoukh, Richardson and Whitelaw（1998）也提出類似以指數加權移動平均模式修正歷史資料，以提昇歷史模擬法估計的績效。

事實上，指數加權移動平均法估計報酬變異數（JP Morgan, 1996; Dowd, 1998; Jorion, 2000）的公式，是假設常態分配下以最大概似估計式（Maximum Likelihood Estimator）求解變異數推導而得，因此指數加權移動平均模式適用於投資組合報酬為條件常態分配的情形（Nelson and Foster, 1996）。然而，許多實證研究指出，即使是考慮條件機率分配的狀況，短天期的資產報酬仍非服從常態分配，並且具有尾部較常態分配為厚之高狹峰（Leptokurtic）特性（Baillie and DeGennaro, 1990; Bollerslev, Chou and Kroner, 1992），則此時指數加權移動平均估計式將會造成置放過多權重在極端值而過少權重在一般觀察值上，因而使得估計的風險值有高於平均估計值與高估波動的問題。因此 Guermat and Harris（2000）提出另一個可應用於報酬非常態分配下之 Robust 指數加權移動平均估計式，藉由假設報酬分配服從 Laplace 或 Double Exponential 分配，以最大概似估計式求得具有封閉解的變異數。Guermat and Harris（2000）修正傳統歷史模擬法未能考慮波動性群聚的現象，採用 Hull and White（1998）提出波動性更新的方法，針對美國、英國與日本證券市場投資組合之風險值進行模擬，實證結果顯示 Robust 指數加權移動平均估計式較 Standard 指數加權移動平均估計式為佳。

由以上的研究結果得知，歷史模擬法之優點在於可以正確反映市場變數之歷史機率分配，但其缺點在於使用久遠的歷史資料時，會降低風險值估計的精確性。本研究提出在以歷史模擬法估計風險值時，不同於 Hull and White（1998）採用 Standard 指數加權移動平均模式以及 Guermat and Harris（2000）使用 Robust 指數加權移動平均估計式來修正歷史資料，本文則是結合可以描述波動隨時間改變以及捕捉波動群聚行為特性的 GARCH 模型與歷史模擬法來估計風險值。

參、研究方法

本研究提出以 GARCH 模型來修正較久遠的歷史資料以反應當時的市場情況，提升歷史資料預測未來報酬機率分配的能力。本節分別說明風險值的定義、估計風險值的歷史模擬法以及模型評估方法。

一、風險值的定義

一個投資組合風險值的定義為（Jorion, 2000）在特定信賴水準 1-c%與特定期間 T 下，期望可能發生的最大損失值。換句話說，一個投資組合的風險值

為「我們有 1-*c*%的信心，在未來 *T* 天內的損失金額不會超過該風險值」。在一般情況之下，風險值可以由投資組合未來價值的機率分配 $f(w)$ 導出。若以隨機變數 w_t 代表投資組合未來 *t* 天可能發生的損益金額，並以 1-*c*%為信賴水準，則風險值可以以(1)式或(2)式來表示

$$P(w_t > -VaR) = 1 - c = \int_{-VaR}^{\infty} f(w)dw \tag{1}$$

$$P(w_t \leq -VaR) = c = \int_{-\infty}^{-VaR} f(w)dw \tag{2}$$

二、修正歷史資料的歷史模擬法

歷史模擬法在估計風險值時，主要是利用歷史報酬率所形成的報酬分配，來模擬投資組合的風險值。假設有一投資組合 *P*，其歷史報酬率為

$$R_{p,t} = \sum_{i=1}^{N} w_{i,t} R_{i,t} \quad ,\ t=1,2,\ldots,T \tag{3}$$

上式中的 $R_{p,t}$ 表第 *t* 期投資組合的報酬率，$R_{i,t}$ 表第 *t* 期第 *i* 個資產的報酬率，$w_{i,t}$ 表資產 *i* 占投資組合的比重。歷史模擬法在估計風險值時，首先根據(3)式計算每個時點投資組合的 $R_{P,t}$ 之後，再將投資組合的報酬由小到大加以排列，以獲得投資組合報酬機率分配以及損益機率分配。其次，根據損益機率分配來求得信賴水準下的分位數，即可獲得歷史模擬法估計的風險值。

歷史模擬法在估計風險值時，需要大量的歷史資料以求得一個良好的機率分配。然而長期的歷史資料會因為包含了過去久遠的歷史資料而無法反應目前市場的狀況而降低風險值估計的準確性。本研究為了改進歷史模擬法選取長期歷史資料而降低風險值估計準確性的問題，提出以 GARCH 模型所計算的波動資訊，來修正無法反應目前市場狀況的歷史資料。本研究沿用 Hull 與 White（1998）修正歷史資料方式，以獲得新的一組歷史模擬資料。Hull 與 White（1998）提出（4）式，將歷史報酬率資料（R_{tj}）利用較近期的波動資訊（$\frac{\sigma_{Nj}}{\sigma_{tj}}$）予以修正，得到新的歷史資料（$R_{tj}^*$），再利用歷史模擬法對於新歷史資料所求得的機率分配來估計風險值。

$$R_{tj}^* = \sigma_{Nj} \frac{R_{tj}}{\sigma_{tj}} \tag{4}$$

上式中 R_{tj} 爲第 j 個資產在第 t 天的報酬率；σ_{tj} 爲第 j 個資產在第 t 天的標準差；σ_{Nj} 爲最近期的標準差。

本研究不同於 Hull 與 White（1998）的方法爲在估計 σ_{Nj} 與 σ_{tj} 時，採用 Bollerslev(1986)的 GARCH 模型估計之，而與 Hull 與 White（1998）所使用指數加權移動平均估計式有所不同。根據 Bollerslev 等人（1992）的研究指出，GARCH（1, 1）模型已經能夠捕捉條件波動的情形了，而且根據林建甫與張焯然（1996）以及郭祥兆與李憲杰（1995）對台灣股票市場報酬率的實證研究，發現 GARCH（1, 1）是最好的模式，因此本研究直接設定 GARCH 模型的階次爲 GARCH（1, 1）的形式，作爲（4）式資產價格波動的估計模型，以簡化分析的過程。GARCH（1, 1）模型設定如下：

$$R_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{n} \alpha_i R_{t-i} + \varepsilon_t \tag{5}$$

$$\sigma_t^2 = \beta_0 + \beta_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_2 \sigma_{t-1}^2 \tag{6}$$

$$\varepsilon_t = \sigma_t z_t \quad , \ z_t \sim i.i.d.\ N(0,1) \tag{7}$$

其中，R_t 爲資產報酬率，σ_t^2 爲資產報酬變異數。$\alpha_i,\ i=0,\ldots,n$，β_j，$j=0,1,2$ 爲參數。爲使 GARCH（1, 1）模型爲一個平穩隨機過程，必須限制參數 β_j 皆不是負數，且 $\beta_1+\beta_2<1$。

三、模型評估方法

本文在檢定風險值估計模型的準確性時，是使用目前文獻上常採用的 Kupiec（1995）檢定法，例如 Goorbergh 與 Vlaar（1999）、Billio 與 Pelizzon（2000）以及 Guermat 與 Harris（2000）都使用 Kupiec（1995）檢定來確認模型的準確性。而此法亦爲管制者要求銀行在分析內部模型（internal model）是否可涵蓋實際損失值時，必須採用回溯測試（backtesting）的檢定法。

然而，Kupiec（1995）指出其檢定方法的檢定力是有限制的。當在運用 Kupiec（1995）檢定時，若樣本數 T 增加，則檢定力會增加；然而，若樣本數太少，則檢定力會變差。此外，在 c（左尾機率）愈小的檢定時，Kupiec（1995）檢定法會愈不容易偵測出模型系統性高估風險的問題。本研究爲了避免 Kupiec（1995）檢定力的問題，因此在選擇檢定期間 T 時，樣本期間共包含了 7 個 1000 天的檢定期間，以求增加檢定結果的可信度。

此外，在風險值估計模型的評估中，若能使用長時間的資料作爲模型估計的基礎，其所得到的檢定結果，更可以充分反映各個模型在不同市場結構中表現的績效。因此在選取歷史資料長度方面，本研究選取前 1000 天作爲估計風險值的資料。其次，在修正歷史資料的長度選擇上，本研究分別比較前 900 天、前 750 天與前 500 天的歷史資料必須以（4）式加以修正的期間，何者較能得到準確的風險值估計。在比較各模型估計的準確性時，本文選取估計風險值的特定期間爲 1 日以及 99%、95%與 90%三種信賴水準。

(一)非條件涵蓋比率的檢定

本研究採用 Kupiec（1995）的非條件涵蓋比率以及條件涵蓋比率的檢定方式來評估模型的績效。Kupiec（1995）非條件涵蓋比率的檢定方法是基於二項分配所導求的一個概似比統計量 LR_{PF} ，檢定實際失敗比率是否符合事前設定的信賴水準。在樣本數爲 T ，失敗次數爲 x 的二項機率 $\binom{T}{x}(1-c)^{T-x}c^{x}$ 下，風險值的估計必須滿足非條件涵蓋比率 c 等於事先設定的涵蓋水準 c_0 ，即檢定虛無假設 $H_0: c = c_0$ ，概似比統計量 LR_{PF} 爲服從自由度爲 1 之 χ^2 分配：

$$LR_{PF} = -2\ln\left[(1-c_0)^{T-x} c_0{}^{x}\right] + 2\ln\left[(1-(x/T))^{T-x}(x/T)^{x}\right] \tag{8}$$

(二)條件涵蓋比率的檢定

Kupiec（1995）條件涵蓋比率檢定法是檢定到達第一次失敗的觀測次數（the time until first failure）是否與理論次數相符合的條件檢定法。在虛無假設失敗率 $c = c_0$ ，檢定統計量 LR_{TUFF} 爲：

$$LR_{TUFF} = -2\ln\left[(x/T)(1-x/T)^{\tilde{T}-1}\right] + 2\ln\left[(1/\tilde{T})(1-1/\tilde{T})^{\tilde{T}-1}\right] \tag{9}$$

其中，$\tilde{T}$ 表第一次出現失敗前的觀測數目，LR_{TUFF} 統計量服從自由度爲 1 之 χ^2 分配。

肆、實證研究設計與結果

一、資料來源

本研究以台灣股票市場加權股價指數作爲模型評估的實證研究對象。股價

指數資料取自於 AREMOS 資料庫。資料期間是從 1971 年 1 月 5 日至 2000 年 12 月 30 日之日資料，樣本點共計 8608 個。比較模型的樣本期間爲 1976 年 2 月 28 日至 2000 年 12 月 30 日，樣本個數共計 7108 個。本研究選取長達 30 年的資料，以供模型的估計與比較。因爲使用長時間的資料作爲模型的估計與比較，一則可以充分了解各個模型在不同市場結構中（例如多空頭市場、漲跌幅限制以及市場連動性），預測股價報酬機率分配的能力；其次，根據長時間觀察的分析與比較，可以增加統計檢定結果的可信度。

圖 1 爲台灣股票集中市場在 1971 年 1 月 5 日至 2000 年 12 月 30 日的股價指數走勢。從股價趨勢圖形中，大致可觀察出在 1987 年以前，股價指數呈現緩步上揚的趨勢；然而 1987 年以後，股價變動的幅度較爲劇烈。此外，在此段期間中，股市歷經了多空頭時期以及數次的漲跌幅調整，因此本研究期間涵蓋了不同的市場結構以及長時間觀察的分析與比較，應可增加檢定結果的穩健性。

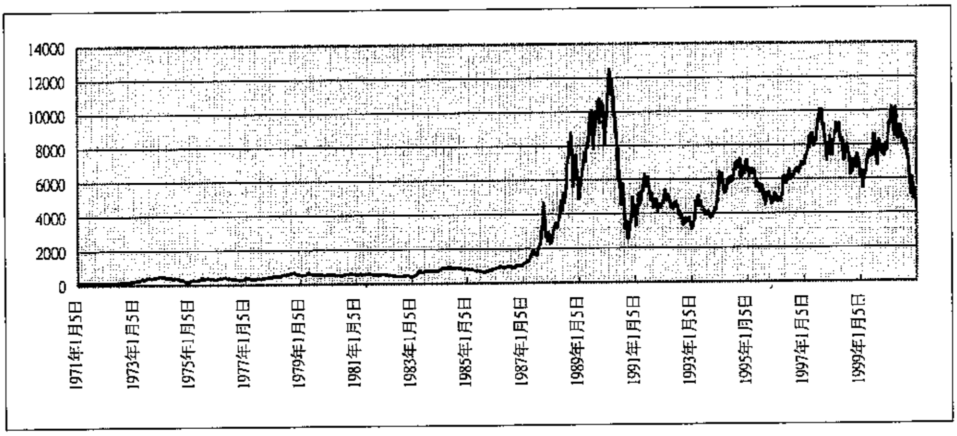

圖 1　台灣加權股價指數之走勢圖

本文是以股價報酬率作爲比較模型估計風險值準確性的基礎，股價報酬率的計算方式爲 $R_t = \ln\left(P_t / P_{t-1}\right)$，其中 R_t 爲第 t 天的報酬率，P_t 爲第 t 天股價指數。股價報酬率的敘述統計值整理於表 1。

表 1　股價指數報酬率敘述統計量

敘述統計量	統　計　值
平均數(A)	0.000424
標準差(B)	0.016277
偏態係數	-0.22925
峰態係數	2.411742
最小值	-0.07045
A-3B	-0.04841
1%分位數	-0.04834
99%分位數	0.043399
A+3B	0.049254
最大值	0.06577

註：資料期間為 1971 年 1 月 5 日至 2000 年 12 月 30 日

根據表 1 之統計值，股價報酬率的平均值很接近 0，此與一般研究股市長期之報酬率為 0 之發現一致。表 1 亦計算了整體樣本之極端值、平均數加（減）三倍標準差、1%及 99%分位數。由平均數加（減）三倍標準差、1%及 99%分位數的相對位置觀察，得知極端值、平均數加（減）三倍標準差、1%及 99%分位數的差異甚大，此隱含真實分配的尾端可能存在異於常態分配的厚度。由圖 2 股價報酬率之次數分配圖亦可看出真實分配的尾端確實存在著異於常態分配的厚度。此外，偏態與峰態係數值與常態分配下的數值有所差異。綜合以上統計量檢定結果，顯示股市報酬率的分配不是常態分配，而是具有胖尾分配的型態。當資料具有胖尾分配型態時，若歷史資料的期間長度太短，則所形成的機率分配就無法充分反映極端值的情況，此時歷史模擬法將無法正確估計風險值。

二、實證結果與分析

在進行實證研究時，首先以 GARCH（1, 1）模型、簡單加權移動平均法與指數加權移動平均法估計（4）式的標準差 σ_{Nj} 與 σ_{tj}，以進行歷史資料的修正。在使用 GARCH（1, 1）模型、簡單加權移動平均法與指數加權移動平均法估計 σ_{tj} 時，分別選取前 100 天、250 天與 500 天的資料期間來估計之。GARCH（1,

1）模型估計σ_{tj}的方式爲先估計模型的參數，然後再依據所估計的參數代入（6）式進行σ_{tj}的估計。此外，本研究對於 GARCH 模型參數估計值的修正，是採取每隔 100 天、250 天與 500 天來重新估計 GARCH 模型以獲得新的參數估計值。

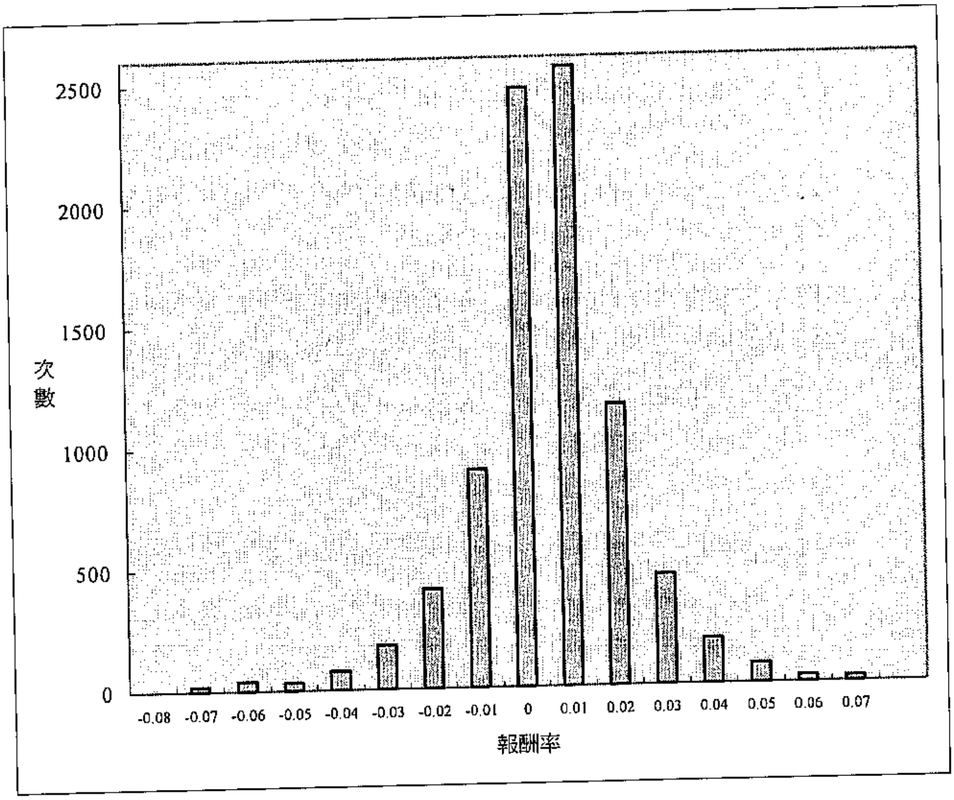

圖 2　股價報酬率次數分配圖

(一)總累積失敗次數與失敗率之分析

表 2 爲歷史模擬法以及運用（4）式修正歷史資料所估計風險值的累積失敗總次數與失敗率之統計。以下爲表 2 統計結果之分析：

1. 在信賴水準爲 99%（c=0.01）下，歷史模擬法估計的失敗總次數爲 174，超過設定 1%失敗率達 1.4479%。在信賴水準爲 95%（c=0.05）時，歷史模擬法估計的失敗總次數爲 550（失敗率爲 0.077378），超過設定 5%失敗率水準有 2.7378%。而在信賴水準爲 90%（c=0.1）時，歷史

模擬法估計的失敗總次數為 899（失敗率為 0.126477），超過設定 10% 失敗率有 2.6477%。由以上失敗率分析可知，在各信賴水準下，歷史模擬法估計風險值的準確性不佳，尤其在高信賴水準如 99%時，實際失敗率超過設定信賴水準值一倍以上，反映出歷史模擬法對於掌握尾部或是極端值的能力愈不準確。

2. 所有修正歷史資料的歷史模擬法（包括簡單移動平均法、指數加權移動平均法以及 GARCH 模型）所估計風險值之總失敗次數明顯比原始歷史模擬法所估計的總失敗次數或失敗率為少。修正歷史資料模擬法除了可以降低失敗的次數以外，此法所模擬的風險值之失敗率更接近理論失敗率，顯示修正後的歷史模擬法確實能夠提高風險值估計的準確度。

3. 以簡單加權移動平均法估計的變異數來修正歷史資料的歷史模擬法，在各個信賴水準下，皆以最近 250 天估計變異數以修正歷史資料為最好。而在更新過去歷史資料的天數上，在信賴水準 99%下，以更新過去 900 天的歷史資料表現最為精確。在信賴水準 95%以及 90%下，則以更新過去 750 天的歷史資料表現最精確。

4. 實證結果顯示以指數加權移動平均法修正歷史資料所估計風險值的精確度受到衰退因子[1]與歷史資料期間長度的影響而有很大的變化：在信賴水準為 99%下，最少的失敗次數為 40，然而最高的失敗次數高達 190 次。在信賴水準為 95%下，最少的失敗次數為 228 次，而最高的失敗次數為 592。而 在信賴水準為 90%下，最小的失敗次數為 528，最高的失敗次數高達 1036。由以上數據分析可知，在運用指數加權移動平均法來作為修正歷史資料模擬法時，其準確性受到衰退因子與資料期間設定的鉅大影響，此結果也突顯出 Hull 與 White（1998）所建議使用此方法的缺點。本研究發現衰退因子為 0.99，以最近 500 天的資料所計算得到的標準差來修正 900 天的歷史資料所得到的風險估計值，在各信賴水準下，其失敗次數皆為最高，並且也是所有模型中失敗次數最高者。

---

[1] 表衰退因子（decay factor）或稱為遞減因子是指在以指數加權移動平均法計算變異數公式中歷史觀測值對當期的變異數影響的程度，例如 $\sigma_t^2 = (1-\lambda)\sum_{i=1}^{\infty} \lambda^{i-1}(r_{t-i} - \bar{r})^2$ 中之 λ 表衰退因子，其中 λ<1，若 λ 表示愈久遠的歷史觀測值對當期的變異數影響程度愈小。

5. 以 GARCH（1, 1）模型修正歷史資料的估計結果，不管在估計參數時的資料期間選取或是修正歷史資料期間的設定上，顯示實際失敗率都很接近理論失敗率，並且與簡單移動平均法與加權移動平均法的估計結果相較，在各個信賴水準下，GARCH 模型估計的失敗率或失敗次數呈現最爲穩定與準確性，顯示 GARCH（1, 1）模型在修正歷史資料以反應當時市場情況下的優越性。

表 2　累積失敗總次數與失敗率之統計：樣本日數共 7108 天

虛無假設 / 研究方法	c=0.01 (失敗次數 71)		c=0.05 (失敗次數 355 次)		c=0.10 (失敗次數 710 次)	
	失敗總次數	失敗率	失敗總次數	失敗率	失敗總次數	失敗率
歷史模擬法	**174**	**0.024479**	**550**	**0.077378**	**899**	**0.126477**
SMA（100；900）	84	0.011818	363	0.051069	729	0.10256
SMA（250；900）	79 a	0.011114 a	364	0.05121	731	0.102842
SMA（500；900）	83	0.011677	376	0.052898	764	0.107485
SMA（100；750）	92	0.012943	353	0.049662	703	0.098903
SMA（250；750）	83	0.011677	355 a	0.049944 a	710 a	0.099887 a
SMA（500；750）	80	0.011255	365	0.051351	739	0.103967
SMA（100；500）	102	0.01435	359	0.050506	709	0.099747
SMA（250；500）	96	0.013506	359	0.050506	720	0.101294
SMA（500；500）	83	0.011677	362	0.050929	745	0.104811
λ=0.94;EWMA（100；900）	128	0.018008	408	0.0574	738	0.103827
λ=0.94;EWMA（250；900）	136	0.019133	415	0.058385	750	0.105515
λ=0.94;EWMA（500；900）	137	0.019274	417	0.058666	750	0.105515
λ=0.94;EWMA（100；750）	104	0.014631	383	0.053883	714 a	0.10045 a
λ=0.94;EWMA（250；750）	105	0.014772	393	0.05529	725	0.101998
λ=0.94;EWMA（500；750）	105	0.014772	396	0.055712	730	0.102701
λ=0.94;EWMA（100；500）	87	0.012662	356 a	0.050084 a	719	0.101154
λ=0.94;EWMA（250；500）	89	0.01435	363	0.051069	723	0.101716
λ=0.94;EWMA（500；500）	90	0.016882	368	0.051773	731	0.102842
λ=0.97;EWMA（100；900）	102	0.017586	385	0.054164	719	0.101154
λ=0.97;EWMA（250；900）	120	0.011958	417	0.058666	778	0.109454

虛無假設 研究方法	c=0.01 (失敗次數 71)		c=0.05 (失敗次數 355 次)		c=0.10 (失敗次數 710 次)	
	失 敗 總次數	失敗率	失 敗 總次數	失敗率	失 敗 總次數	失敗率
λ=0.97;EWMA（500；900）	125	0.017586	420	0.059088	783	0.110158
λ=0.97;EWMA（100；750）	85	0.011958	351	0.049381	688	0.096792
λ=0.97;EWMA（250；750）	93	0.013084	379	0.05332	715	0.100591
λ=0.97;EWMA（500；750）	95	0.013365	385	0.054164	721	0.101435
λ=0.97;EWMA（100；500）	83	0.011677	340	0.047833	685	0.09637
λ=0.97;EWMA（250；500）	91	0.012802	358	0.050366	719	0.101154
λ=0.97;EWMA（500；500）	92	0.012943	361	0.050788	725	0.101998
λ=0.99;EWMA（100；900）	91	0.012802	361	0.050788	731	0.102842
λ=0.99;EWMA（250；900）	168	0.023635	550	0.077378	980	0.137873
λ=0.99;EWMA（500；900）	190＊	0.02673＊	592＊	0.083286＊	1036＊	0.145751＊
λ=0.99;EWMA（100；750）	42	0.002909	228	0.032077	528	0.074282
λ=0.99;EWMA（250；750）	89	0.012521	361	0.050788	717	0.100872
λ=0.99;EWMA（500；750）	96	0.013506	392	0.055149	762	0.107203
λ=0.99;EWMA（100；500）	40	0.005627	244	0.034328	549	0.077237
λ=0.99;EWMA（250；500）	82 a	0.011536 a	331	0.046567	695	0.097777
λ=0.99;EWMA（500；500）	88	0.01238	362	0.050929	721	0.101435
GARCH（100；900）	72 a	0.010129 a	356 a	0.050084 a	695 a	0.097777 a
GARCH（100；750）	60	0.008441	336	0.047271	681	0.095808
GARCH（100；500）	57	0.008019	323	0.045442	692	0.097355
GARCH（250；900）	72 a	0.010129 a	372	0.052335	713	0.10031
GARCH（250；750）	62	0.008723	363	0.051069	711 a	0.100028 a
GARCH（250；500）	63	0.008863	354 a	0.049803 a	718	0.101013
GARCH（500；900）	78	0.010974	366	0.051491	719	0.101154
GARCH（500；750）	72a	0.010129 a	356 a	0.050084 a	722	0.101576
GARCH（500；500）	67	0.009426	348	0.048959	711 a	0.100028 a

註：SMA(A：B)：A 代表利用簡單加權移動平均法估計變異數所選取最近歷史資料的天數； B 代表需更新的歷史資料天數 EWMA(A；B)：A 代表利用指數加權移動平均法估計變異數所選取最近歷史資料的天數；B 代表需更新的歷史資料天數。GARCH(A；B)：A 代表以 GARCH(1,1)模型估計變異數所選取最近歷史資料的天數；B 代表需更新的歷史資料天數。a 爲表現最接近信賴水準的模型。＊爲表爲失敗次數最高的模型。

(二)模型檢定之分析

在 Kupiec（1995）非條件涵蓋比率的檢定上，本研究分別檢定以 100、500 以及 1000 天爲一個區間來計算卡方檢定值以評估模型之準確性。表 3 爲採取 1000 天爲一個檢定區間，以非條件涵蓋比率方法所求得卡方值之檢定結果。在虛無假設 c=0.05 下，檢定歷史模擬法估計風險值準確性的結果，統計共有 4 個區間的卡方值大於 3.84，因此得到區間失敗次數爲 4。

表 3　非條件涵蓋比率之檢定：檢定區間 1000 天

虛無檢定假設 / 研究方法	c=0.01	c=0.05	c=0.10
	卡方值=6.63	卡方值=3.84	卡方值=2.71
歷史模擬法	5.225141	1.984221	0.044184
	13.4764	32.74068	20.45294
	16.04297	22.66155	14.52256
	224.0927	295.2941	237.9658
	0.097834	0.788479	6.33266
	0.10452	1.080684	5.242104
	10.83817	21.51241	25.4033
GARCH（100；900）	1.437406	0.020921	0.407336
	3.093738	1.421496	0.273764
	0.097834	0.328658	0.556155
	0.10452	0.543823	0.179929
	0.830571	0.988928	0.011078
	0.10452	1.812018	3.81167
	0.433741	1.984221	1.079764
GARCH（100；750）	1.437406	0	0.925158
	4.705965	3.895312	0.044711
	0.097834	0	0.556155
	1.015633	0.788479	0.282001
	0.433741	0.020921	0.011078
	0.433741	2.746894	5.242104
	3.093738	1.284279	0.877039

表 3　非條件涵蓋比率之檢定：檢定區間 1000 天（續）

研究方法＼虛無檢定假設	c=0.01 卡方值=6.63	c=0.05 卡方值=3.84	c=0.10 卡方值=2.71
GARCH（100；500）	3.076553	2.253412	2.620405
	4.705965	8.739272	1.66062
	0.10452	0.543823	0.282001
	1.015633	0.083168	3.062029
	3.093738	0.020921	0.011078
	1.015633	3.293744	7.535791
	1.886232	0.730788	1.302919
GARCH（250；900）	2.189248	0	0.728685
	1.015633	0.185988	0.175713
	0.830571	0.193176	0.556155
	1.886232	0.020921	2.09336
	0.830571	1.984221	0.011144
	0.097834	0.543823	1.390881
	1.015633	1.284279	0.533537
GARCH（250；750）	1.437406	0	0.925158
	3.093738	0.193176	0
	0	0.34571	0.728685
	1.015633	0.083168	3.423832
	0.433741	0.510482	0.011078
	0	1.421496	2.27512
	0.433741	2.826032	0.533537
GARCH（250；500）	1.437406	2.253412	1.95528
	4.705965	5.268359	0.728685
	0	0.021187	0.044711
	1.015633	2.387668	12.40735
	0.433741	0.988928	0.100903
	0	2.253412	4.261511
	0.10452	2.387668	0.877039

表 3　非條件涵蓋比率之檢定：檢定區間 1000 天（續）

虛無檢定假設 / 研究方法	c=0.01	c=0.05	c=0.10
	卡方值=6.63	卡方值=3.84	卡方值=2.71
GARCH（500；900）	5.225141	0.730788	0.179929
	1.015633	1.080684	0.533537
	0.37976	0.788479	0.728685
	1.015633	0.083168	3.062029
	1.437406	1.616237	0.011144
	0.097834	0.543823	2.991405
	0.10452	1.284279	0.694908
GARCH（500；750）	3.076553	0.083168	0.407336
	1.015633	2.253412	0
	0.097834	1.080684	0.556155
	1.886232	0.083168	5.518335
	0.37976	1.616237	0.044184
	0.097834	2.253412	2.991405
	0.10452	1.984221	0.877039
GARCH（500；500）	3.076553	1.421496	3.388398
	3.093738	5.268359	0.925158
	0.37976	0.34571	0.179929
	0.433741	1.284279	11.73639
	1.015633	1.616237	0
	0.10452	3.293744	5.773477
	0	1.616237	1.079764

註：GARCH(A；B) 定義同表 2

表 4 爲以非條件涵蓋比率方法，檢定各模型分別在 100、500 以及 1000 天爲檢定區間下，區間失敗次數之統計數字。由區間失敗次數之統計數字顯示修正後的歷史模擬法，在各個檢定區間以及信賴水準下，幾乎皆比歷史模擬法的區間失敗次數爲低，此結果再次確認修正歷史資料的歷史模擬法可以提昇估計風險值的準確性，亦即在信賴水準 99%、95%以及 90%下，採用簡單加權移動

平均法、指數加權移動平均法或 GARCH（1, 1）模型修正歷史資料的方式，都比原始歷史模擬法的風險控管爲佳。

值得注意的是，在檢定區間失敗次數的統計上，指數加權移動平均法仍然呈現因衰退因子與期間長度設定的不同，而呈現較大的變化，此結果與前面的失敗次數分析的結果一致。此外，也唯有指數加權移動平均法的區間失敗次數檢定結果超過歷史模擬法的區間失敗次數；相較之下，簡單移動平均法與 GARCH 方法呈現較穩定的統計結果。由表 4 的統計結果顯示，GARCH 模型更呈現捕捉尾部行爲的優越能力，尤其以 250 天估計 GARCH 模型來修正 900 天歷史資料的歷史模擬方法，相對於其他模式表現爲佳。

表 4　非條件涵蓋比率檢定結果

檢定區間長度	100			500			1000		
虛無假設 / 研究方法	C=0.01	C=0.05	C=0.1	C=0.01	C=0.05	C=0.1	C=0.01	C=0.05	C=0.1
歷史模擬法	11	35	38	5	10	13	6	6	7
SMA（100；900）	0 a	15	17	0 a	1	5	0 a	0 a	3
SMA（250；900）	1	15	17	1	1	5	0 a	0 a	1
SMA（500；900）	1	19	19	1	3	4	0 a	1	3
SMA（100；750）	3	20	22	2	3	7	1	1	4
SMA（250；750）	3	21	24	1	5	6	0 a	0 a	1
SMA（500；750）	2	24	23	1	5	6	0 a	0 a	1
SMA（100；500）	4	25	27	4	7	8	2	5	4
SMA（250；500）	4	24	27	4	6	7	1	4	4
SMA（500；500）	3	25	27	3	6	6	3	3	3
λ=0.94;EWMA（100；900）	0 a	10	12	4	2	4	3	1	2
λ=0.94;EWMA（250；900）	0 a	11	12	4	2	3	4	2	2
λ=0.94;EWMA（500；900）	0 a	12	13	5	2	4	4	2	2
λ=0.94;EWMA（100；750）	0 a	9	12	1	1	4	1	0 a	1
λ=0.94;EWMA（250；750）	1	10	12	1	1	4	1	1	1
λ=0.94;EWMA（500；750）	1	10	13	1	1	4	1	1	1
λ=0.94;EWMA（100；500）	1	13	13	1	4	7	0 a	0 a	3
λ=0.94;EWMA（250；500）	1	13	12	1	4	7	0 a	0 a	2
λ=0.94;EWMA（500；500）	1	14	14	1	3	7	0 a	0 a	2

表 4　非條件涵蓋比率檢定結果

檢定區間長度	100			500			1000		
虛無假設 / 研究方法	C=0.01	C=0.05	C=0.1	C=0.01	C=0.05	C=0.1	C=0.01	C=0.05	C=0.1
λ=0.97;EWMA（100；900）	1	11	17	1	1	6	1	0[a]	2
λ=0.97;EWMA（250；900）	1	11	14	4	2	7	4	2	3
λ=0.97;EWMA（500；900）	1	11	13	4	2	6	4	2	3
λ=0.97;EWMA（100；750）	1	13	15	1	1	6	0[a]	0[a]	2
λ=0.97;EWMA（250；750）	1	11	14	1	0[a]	6	0[a]	0[a]	1
λ=0.97;EWMA（500；750）	1	9	14	1	0[a]	6	0[a]	0[a]	2
λ=0.97;EWMA（100；500）	1	17	18	2	4	7	0[a]	2	3
λ=0.97;EWMA（250；500）	1	18	17	2	4	7	0[a]	1	3
λ=0.97;EWMA（500；500）	1	16	17	2	4	8	0[a]	1	3
λ=0.99;EWMA（100；900）	1	13	16	0[a]	1	5	0[a]	0[a]	3
λ=0.99;EWMA（250；900）	7	18	28	6*	8	10	5	6	6
λ=0.99;EWMA（500；900）	11*	21	35	9*	9	10	6*	7*	7*
λ=0.99;EWMA（100；750）	0[a]	26	24	0[a]	10	11	1	6	6
λ=0.99;EWMA（250；750）	3	16	22	1	2	5	0[a]	0[a]	3
λ=0.99;EWMA（500；750）	3	17	22	1	1	7	0[a]	0[a]	2
λ=0.99;EWMA（100；500）	0[a]	28	32	0[a]	8	8	2	5	5
λ=0.99;EWMA（250；500）	2	22	21	1	4	7	0[a]	2	4
λ=0.99;EWMA（500；500）	2	21	19	2	6	8	0[a]	1	4
GARCH（100；900）	0[a]	6[a]	11	0[a]	1	2	0[a]	0[a]	1
GARCH（100；750）	0[a]	7	11	0[a]	1	1[a]	0[a]	1	1
GARCH（100；500）	0[a]	14	16	1	3	6	0[a]	1	2
GARCH（250；900）	***0[a]***	7	***10[a]***	***0[a]***	***0[a]***	3	***0[a]***	***0[a]***	***0[a]***
GARCH（250；750）	0[a]	8	10[a]	0[a]	1	4	0[a]	0[a]	1
GARCH（250；500）	1	17	17	0[a]	4	7	0[a]	1	2
GARCH（500；900）	0[a]	10	12	1	0[a]	4	0[a]	0[a]	2
GARCH（500；750）	0[a]	12	14	1	1	4	0[a]	0[a]	2
GARCH（500；500）	0[a]	15	19	1	4	7	0[a]	1	3

註：SMA(A；B) 、EWMA(A；B) 以及 GARCH(A；B) 定義同表 2。 *表示在檢定區間與信賴水準固定下，大於或等於歷史模擬法之失敗次數之方法。a 表示在檢定區間與信賴水準固定下，失敗次數最少的方法。

表 5　條件涵蓋比率檢定結果：檢定區間 1000 天

研究方法＼虛無檢定假設	C=0.01	C=0.05	C=0.10
歷史模擬法	4	2	2
SMA（100；900）	0	1	2*
SMA（250；900）	0	1	1
SMA（500；900）	0	1	2*
SMA（100；750）	0	1	3*
SMA（250；750）	0	1	2*
SMA（500；750）	1	2*	3*
SMA（100；500）	0	2*	2*
SMA（250；500）	0	2*	2*
SMA（500；500）	0	2*	3*
λ=0.94; EWMA（100；900）	0	0	1
λ=0.94; EWMA（250；900）	0	0	1
λ=0.94; EWMA（500；900）	0	0	1
λ=0.94; EWMA（100；750）	0	0	1
λ=0.94; EWMA（250；750）	0	0	1
λ=0.94; EWMA（500；750）	0	0	1
λ=0.94; EWMA（100；500）	0	0	2*
λ=0.94; EWMA（250；500）	0	0	2*
λ=0.94; EWMA（500；500）	0	0	2*
λ=0.97; EWMA（100；900）	1	0	0
λ=0.97; EWMA（250；900）	0	0	2*
λ=0.97; EWMA（500；900）	0	0	1
λ=0.97; EWMA（100；750）	0	1	1
λ=0.97; EWMA（250；750）	0	0	2*
λ=0.97; EWMA（500；750）	0	0	2*
λ=0.97; EWMA（100；500）	0	0	1
λ=0.97; EWMA（250；500）	0	0	1
λ=0.97; EWMA（500；500）	0	0	1

表 5　條件涵蓋比率檢定結果：檢定區間 1000 天（續）

虛無檢定假設 / 研究方法	C=0.01	C=0.05	C=0.10
λ=0.99; EWMA（100；900）	0	1	1
λ=0.99; EWMA（250；900）	***0***	***0***	***1***
λ=0.99; EWMA（500；900）	0	2*	1
λ=0.99; EWMA（100；750）	0	1	3*
λ=0.99; EWMA（250；750）	0	0	2*
λ=0.99; EWMA（500；750）	0	1	2*
λ=0.99; EWMA（100；500）	0	0	2*
λ=0.99; EWMA（250；500）	0	1	2*
λ=0.99; EWMA（500；500）	0	1	2*
GARCH（100；900）	1	0	1
GARCH（100；750）	0	0	1
GARCH（100；500）	0	1	1
GARCH（250；900）	***0***	***0***	***1***
GARCH（250；750）	***0***	***0***	***1***
GARCH（250；500）	0	1	1
GARCH（500；900）	1	0	1
GARCH（500；750）	***0***	***0***	***1***
GARCH（500；500）	0	1	1

註：SMA(A；B)、EWMA(A；B) 以及 GARCH(A；B) 定義同表 2。*表示在檢定區間與信賴水準固定下，大於或等於歷史模擬法之失敗次數之方法。

表 5 爲 Kupiec (1995)的條件涵蓋比率檢定以 1000 天爲一區間的結果。在各信賴水準的假設下，簡單移動平均法、指數加權移動平均法以及 GARCH 方法皆比歷史模擬法的估計績效爲佳。從統計的數字分析，再次顯示出 GARCH 方法爲一個較佳的方法。

伍、結　　論

本研究提出在以歷史模擬法計算風險值時，使用 GARCH 模型來捕捉波動隨時間而改變的行爲特性以增進估計之準確性。本研究以台灣股票市場作爲實證研究的對象，研究期間爲 1971 年 1 月 5 日至 2000 年 12 月 30 日，樣本共計 8608 日。本文建議以 GARCH 模型來修正歷史資料以提升歷史模擬法估計風險值的準確性。經失敗率與 Kupiec（1995）的條件與非條件涵蓋比率檢定結果，顯示本文的方法較原始的歷史模擬法以及 Hull 與 White（1998）的方法爲佳。由本文的實證結果得知波動值在估計風險值時確實非常重要，若能結合波動行爲與歷史模擬法來估計風險值，確實可以提升歷史模擬法估計風險值的準確性。

參考文獻

王甡，1995，「報酬衝擊對條件波動所造成之不對稱效果－台灣股票市場之實證分析」，證券市場發展季刊，7 卷 1 期，125-160。

李麗華，2000，風險值應用於資產分配之研究--以股票市場爲例，國立東華大學企業管理研究所碩士論文。

林楚雄、劉維琪、吳欽杉，1999，「台灣股票店頭市場股價報酬波動行爲的研究」，企業管理學報，44 卷，165-192。

林潔珍，2000，風險值之衡量與驗證一以台灣債券市場投資組合爲例，國立臺灣大學財務金融學研究所碩士論文。

陳若鈺，1999，風險值(Value at Risk)的衡量與驗證:台灣股匯市之實證，國立臺灣大學財務金融學研究所碩士論文。

盧陽正、涂登才，2000，「考慮極端事件之 VaR 風險管理模式」，第五屆亞太金融中心學術研討會，1-19。

Alexander,C.O. and C.T. Leigh. 1997. On the covariance matrices used in value at risk models. ***Journal of Derivatives***, 50-62.

Beder, Tanya Styblo. 1995. Seductive but dangerous. ***Financial Analysis Journal***, September-October: 12-24.

Baillie, R. and R. DeGennaro. 1990. Stock returns and volatility. ***Journal of Financial and Quantitative Analysis***, 25:203-214.

Billio Monica and Loriana Pelizzon. 2000. Value-at-Risk: A multivariate switching regime approach. ***Journal of Empirical Finance***, 7:531-554.

Bollerslev, T. 1986. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. ***Journal of Econometrics***, 31:307-327.

Bollerslev, T., R. Chou and K. Kroner. 1992. ARCH modelling in finance. ***Journal of Econometrics***, 52:5-59.

Boudoukh, J., M. Richardson and R. Whilelaw. 1997. Investigation of a class of volatility estimators. ***Journal of Derivatives***, 4:63-71.

Danielsson, J. and C.G. de Vries. 1997. Tail index and quantile estimation with high frequency data. ***Journal of Empirical Finance***, 4:241-257.

Dowd, K. 1998. ***Beyond Value-at-Risk: The New Science of Risk Management***. Wiley.

Engle, J. and M. Gizycki. 1999. Conservatism, accuracy and efficiency: Comparing Value-at-Risk models. Working Paper 2. March.

Fama, E.F. 1965. The behaviour stock market prices. ***Journal of Business***, 38:34-105.

Goorbergh, R.V.D. and P. Vlaar. 1999. Value-at-Risk analysis of stock returns historical simulation, variance techniques or tail index estimation?. http://www.gloriamundi.org.

Guermat Cherief and Richerd D.F. Harris. 2000. Robust conditional variance estimation and Value-at-Risk?. Working Paper. http:// www.ssrn.com.

Hendricks, D. 1996. Evaluation of Value-at-Risk models using historical data. ***Economic Policy Review***, Federal Reserve Bank of New York, 2(April): 39-69.

Heynen, R.C., and G.M. Kat. 1994. Volatility prediction: A comparison of the stochastic volatility, GARCH (1,1) and EGARCH (1,1) models. ***Journal of Derivatives***, 50-65.

Hooper. 1996. Value at Risk: A new methodology for measuring portfolio risk. ***Business Review***, Federal Reserve Bank of Philadelphia, July-August:19-31.

Hull, John and Alan White. 1998. Incorporating volatility updating into the historical simulation method for Value-at-Risk. ***Journal of Risk***, 1:5-19.

Jorion, Philippe. 2000. ***Value at Risk***. McGraw Hill.

JP Morgan. 1996. ***RiskMetrics Technical Document***. 4^{th} edition.

Kupiec, P. 1995. Technique for verifying the accuracy of risk measurement models. ***Journal of Portfolio Management***, 73-84.

Lopez, Jose A. 1998. Methods for evaluating Value-at-Risk estimates. FRBNY ***Economic Policy Review***, 119-124.

Mahoney, J.M. 1996. Empirical-based versus model-based approaches to Value-at-Risk: An examination of foreign exchange and global equity portfolios. Proceeding of a Joint central Bank Research Conference. Board of Governors of the Federal Reserve Systems, 199-217.

Nelson, D. and D. Foster. 1996. Asymptotic filtering theory for univerate ARCH models. ***Econometrica***, 62:1-41.

Pritsker, Matthew. 1997. Evaluating value at risk methodologies: Accuracy versis computational time. ***Journal of Financial Services Research***, 12(3).

Philip Best. 1998. ***Implementing Value at Risk***.

Schwert, G.W. 1989. Why does stock market volatility change over time?. ***Journal of Finance***, 44:1115-1153.

Schwert, G.W., and Seguin, P.L. 1990. Heteroscedasticity in stock returns. ***Journal of Finance***, 45:1129-1155.

Simons, K. 1996. Value at risk：New approaches to risk management. ***New England Economic Review***, 3-13.

Tse Yiu Kuen. 1992. Forecasting volatility in the Singapore stock market. ***Asia Pacific Journal of Management***, 9:1-13.

Vlarr, Peter J.G. 2000. Value at risk models for Dutch bond portfolios. ***Journal of Banking and Finance***, 24(7):1131-1154.

Zangari, P. 1996. An improved methodology for measuring VaR. RiskMwtrics^{TM}-Monitor. Second Quarter. New York.