ISSN 1023-2842
中山管理評論 2006 年九月號
第十四卷第三期 pp.671-686

公司最適控制之退休金提撥決策—以確定提撥為例

The Optimal Control of Corporate Pension Funding：A Study of Defined Contribution Pension Plan

王子維 *Tzu-Wei Wang*
國立中山大學財務管理學系
Department of Finance, National Sun Yat-Sen University

陳月霞* *Yueh H. Chen*
國立中山大學財務管理學系
Department of Finance, National Sun Yat-Sen University

摘 要

本文在一定的假設條件下應用最適衝擊控制(impulse control)理論來分析公司最適退休金提撥決策。在兼顧股東與勞工利益下，這個最適決策包括了：提撥的最適資產價值門檻值、提撥後最適資產價值水準及最適提撥金額。當資產價值高於門檻值時，公司會進行提撥，而提撥的最適金額恰等於當時資產價值與提撥後最適資產價值水準之差的稅前約當值；當資產價值低於門檻值時，公司不會進行任何提撥。至於稅率（或考量股東利益之權重）對門檻值及提撥後最適資產價值水準的影響則是反向的，即若稅率 (或權重)提高使得最適門檻值上升，則提撥後最適資產價值水準同時必下降，提撥的金額也會隨之增加；反之則亦然。

關鍵詞：退休金、確定提撥、衝擊控制、門檻值。

* 聯絡作者。作者感謝兩位匿名評審之寶貴意見及國科會研究補助（NSC-89-2416-H-110-007）。

Abstract

In this study, we utilize the impulse control theorem to analyze the optimal corporate pension funding policy. The optimal funding strategy includes the threshold value of the firm, the level of the optimal firm value after funding, and the amount of the funding under the consideration of the interests of stockholders and labors. When the current value is higher than the threshold value of the firm, the corporation will choose to fund the pensions that is equal to the difference between the current firm value and the level of the optimal firm value after funding. The difference is before tax. On contrary, no funding will take place. An increase in tax or in funding based on the trade-off between the interests of stockholders and labors will increase (or decrease) the threshold value of the firm, but decrease (or increase) the level of the optimal firm value after funding.

Keywords: Pension, Defined Contribution Plan, Impulse Control, the Threshold Value of Firm

壹、緒　言

近年來我國的經濟快速成長，且逐漸邁向人口高齡化的國家，因此社會福利措施格外受到重視，而退休金方案即是政府極力倡導實施的一部份，這可由第十八號財務會計準則公報—退休金會計處理準則之公佈實施及勞動基準法（以下簡稱勞基法）的陸續修訂得知，這也直接強化了企業的社會責任，以落實照顧勞工的承諾。

基本上，勞基法是規定雇主與勞工間權利、義務之法律，舉凡勞工最低薪資、退職金、遣散費及退休金等都在勞基法規範之列。換言之，勞基法是一種影響人工成本之法律。勞基法雖有規範退休金給付之金額應如何計算、企業有無提撥退休金之義務、每年應提撥金額為若干、以及已提撥之基金應如何管理等等，但並未說明退休金費用應如何計算、退休金負債應如何衡量、以及退休金之提撥狀況應如何在財務報表上揭露等問題，因此才有第十八號公報之制定。

由於第十八號公報規範了因退休金相關之債務及費用等之會計處理，使得財務報表更能反映公司真實的財務狀況，所以自民國八十四年十二月三十一日起強制實施後，已對公司未來各期現金流量之規劃產生重大的影響，特別是那

些歷史較久且過去採取低提撥的公司。以中鋼為例，若就該公報實施當年而言，如提撥和其未足額提撥退休金負債 (unfunded pension obligation)等同之金額，則每股盈餘可能會虧損 3~4 元。此外，根據過去勞工退休準備金提撥及管理辦法第二條之規定，公司必須依每月薪資總額 2%至 5%範圍內按月提撥退休金，但大部分之公司之年度退休金成本多超過年度薪資總額的 15%[1]，亦即多有虛列盈餘之現象。

一般而言，退休計劃主要分為確定給付退休計劃（defined benefit plan）及確定提撥退休計劃（defined contribution plan）兩大類型。所謂確定給付計劃，係指雇主承諾員工於退休時一次領取退休金，或於員工退休後以分期的方式領取一定數額之退休金，至於雇主是否能按時提撥退休金並無法干涉，只要屆時能履行其支付的義務即可，所以退休基金在形式上是和公司分離的，但事實上並非如此；因為公司既有權決定退休金提撥之金額，又必須在基金資產不足以支付退休金時付起完全的責任，實質上是會對公司的財務造成影響的。至於確定提撥計劃，則是雇主每年提撥一定數額的退休金交付給信託人保管運用，而當員工退休時，再以退休基金中其所屬之部分（包括提撥之金額及其孳息）給付之，所以不論就形式上或實質上而言，該基金都是與公司分離的：即只要公司盡到提撥之義務，屆時就不再擔負起支付退休金之責任。但就目前世界潮流及國內實施的現況而言，確定提撥計畫才是市場上的主流，因此本研究即以此類退休計劃為研究之對象。

最適衝擊控制原理係一種探討在連續時間下的(隨機)離散時間點進行干預的最適控制理論，過去曾用於探討最適匯率干預政策（ Jeanblanc-Picque, 1993； Mundaca & Øksendal, 1998）、最適存貨控制決策（Sulem, 1986）等。由於實務上退休金提撥並非是一個連續動作，亦即非隨時都處於執行的狀態，此與過去相關文獻（張士傑 & 陳絳珠, 2001； Haberman & Sung, 1994）的模型設定不同，所以本文應用最適衝擊控制原理來探討在實施確定提撥計畫下公司管理當局最適提撥決策的形成：包括最適提撥時間點及最適提撥金額，以更進一步貼近真實的狀況。

[1] 見徐景亮，一般公認會計原則銓釋第二冊，頁 4。

貳、文獻回顧

大部分的文獻都以探討確定給付計畫為主，研究確定提撥計畫者則較少，而前者主要是探討公司最適提撥與投資決策間的互動關聯性，所獲得的結論也多建議採取極端的決策，即提撥越多越好，或者只提撥相關法令所規定的最低金額。Tepper (1974)探討在追求退休金機會成本之現值極小化為目標下的公司最適提撥與投資決策。他認為：當預期的基金報酬率最高者仍低於必要報酬率時，應儘量延緩提撥，反之則應於期初即提撥預期應足以支付未來所有退休金給付之金額。若改以追求提撥退休金現值極小化為公司目標時，Frankfuter 與 Hill (1981)以模擬來進行分析而得到以下的結論：當退休金提撥的機會成本低時，應採行高提撥的策略，反之則減少提撥的金額。Sharpe (1976) 則從選擇權定價模式來探討在單期、完美市場（perfect market）以及不考慮稅下的最適提撥決策。他認為：從選擇權的角度來看，公司相當於獲得賣出一退休金買權之價值，所以若股東、債權人、員工或 PBGC 均能合理共同承擔因退休計劃可能違約而額外增加的成本時，則公司並無最適提撥決策，但若 PBGC 之保費未能被正確予以定價時，最適之提撥決策將會是儘量擴大該買權與 PBGC 保費間的差額，以求極大化公司價值[2]。

但純粹就稅的觀點而言，Tepper 與 Affleck (1974)認為：公司應提撥至法令上所允許的最高金額以充分獲取合法的節稅利益，甚至應舉債來提撥退休金，並將其投資於具有固定收益性質的資產，以進一步提高公司的價值。Harrison 與 Sharpe (1985) 則認為：既然退休基金的剩餘價值係全數歸屬於股東，則公司應採行極端的提撥和投資策略：即當退休基金未來投資償付 (payoff) 的現值高於公司資產未來償付的現值時，應提撥至法令所規定的上限，反之則以符合法令最低要求即可。

參、模　型

令$\{\Omega, F, P\}$表一機率空間。隨機變數$X(t)$表公司資產在時間點t未提撥退休金時的價值，且遵循下列的 Lévy 隨機過程：

[2] Sharpe 認為：PBGC 保費應與退休金買權的價值相等，否則公司可藉由減少提撥等措施來提高公司的價值。

$$dX(t)=\mu dt+\sigma dB(t)+\theta\int_R z\tilde{N}(dz,dt) \tag{1}$$
$$X(s)=x>0, s<t$$

其中μ、σ及θ均為常數且大於 0，$B(t)$為一維布朗運動，$\tilde{N}(t,.)$則表$X(t)$的受補償卜瓦松隨機測度（compensated Poisson random measure），且均能滿足使上述隨機微分方程存在唯一解的常規條件（見 Øksendal & Sulem, 2004）。(1)式等號右邊第三項可用以描述當公司遭受重大事件（例如：911 恐怖攻擊事件等）而使資產價值產生不連續變化的情況。

假設公司僅能在選定的離散時間點 τ_j 提撥退休金 c_j 到指定的信託帳戶內，$j=1,2,3\cdots$，其中$c_j \geq c_{\min}$，$c_{\min}>0$表退休金相關法規所要求的最低提撥金額。在會計上，提撥的金額可當作費用來扣抵營利事業所得稅，所以當公司在時間點τ_j進行提撥時，會使公司資產價值$X(t)$瞬間減少$(1-t_c)c_j$（t_c表公司固定的所得稅率），亦即會使$X(t)$產生不連續跳躍的現象，而這一連串由提撥時間點τ_j及提撥金額c_j所形成的集合$\upsilon\equiv\{(\tau_j,c_j)\mid j=1,2\cdots\}$即屬於衝擊控制的一種。今為方便分析起見，令$\hat{c}_j=c_j-c_{\min}\geq 0$，表最適超額提撥金額，則在衝擊控制作用下的$X(t)$（以$X^{(\upsilon)}(t)$表之）應遵循下列受控制的隨機過程：

$$dX^{(\upsilon)}(t)=\mu dt+\sigma dB(t)+\theta\int_R z\tilde{N}(dt,dz) \quad \tau_j\leq t<\tau_{j+1} \tag{2}$$

$$X^{(\upsilon)}(t)=X(t) \quad 0\leq t<\tau_1 \tag{3}$$

$$\begin{aligned}X^{(\upsilon)}(\tau_j)&=X^{(\upsilon)}(\tau_j^-)+\Delta_N X(\tau_j)-(1-t_c)c_j\\&=X^{(\upsilon)}(\tau_j^-)+\Delta_N X(\tau_j)-(1-t_c)(\hat{c}_j+c_{\min})\end{aligned} \tag{4}$$

其中$\Delta_N X(t)$表在時間點t時由受補償卜瓦松隨機測度下$X(t)$所驅動的跳躍大小。(2)式說明了當時間點t介於第j次與第$j+1$次提撥時，$X^{(\upsilon)}(t)$遵循如(1)式原本未受衝擊控制影響的隨機過程，但當時間點t恰好是第j次提撥時，則我們必須區別由受補償卜瓦松隨機測度與衝擊控制所驅動的跳躍大小，分別為(4)式第二個等號右邊的第二項及第三項。

令$S \subset \mathbb{R}$為一固定的開放集，代表公司資產價值水準不致於發生財務困難的區域。若定義時間點τ_s如下：

$$\tau_s = \inf\left\{t > 0; X^{(\upsilon)}(t) \notin S\right\} \tag{5}$$

則τ_s表公司資產價值水準低於某個門檻值以致於發生財務困難的時間點。當公司發生財務困難時，所有後續的提撥動作也將因之而停止，此時公司資產的剩餘價值將完全歸屬於股東。

公司提撥退休金係為使員工退休後的生活可以受到部分的保障，所以就員工而言，在乎的是公司提撥的狀況，提撥越多越好；但提撥退休金不僅會使公司資產價值減少，進而損害股東對公司資產剩餘價值的所有權，所以這兩者的利益彼此是互相衝突的，但就公司的立場而言，又不得不同時考慮以兼顧兩者的利益，所以我們假設公司分別給予此二目標不同的考量權重：$(1-\eta)$及η，$0 \le \eta \le 1$，則管理當局的目標函數$J^{(\upsilon)}(s,x)$可描述如下：

$$J^{(\upsilon)}(s,x) = E^{s,x}(\eta e^{-\rho(s+\tau_s)} X^{(\upsilon)}(\tau_s) + (1-\eta)\sum_{\tau_j \le \tau_s} e^{-\rho(s+\tau_j)}(\hat{c}_j + c_{\min})) \tag{6}$$

其中ρ為一常數，表公司主觀的折現率。所以公司的最適提撥決策是找到一組最適衝擊控制υ^*，使得期末剩餘資產價值之現值與公司存續期間歷次提撥金額之現值的加權平均達到最大，亦即：

$$\Phi(s,x) = \sup_{\upsilon} J^{(\upsilon)}(s,x) \tag{7}$$

其中$\Phi(s,x)$為價值函數(value function)，代表當在時間點s及資產價值為x時，若公司採行最適衝擊控制υ^*所能使目標函數$J^{(\upsilon)}(s,x)$達到的最大值。

肆、求解最適決策

在本節中，我們將依照 Øksendal & Sulem（2004）定理 6.2 來求解上述最適衝擊控制υ^*。為方便與該定理相對應，令：

$$Y^{(\upsilon)}(t)=\begin{bmatrix} s+t & X^{(\upsilon)}(t) \end{bmatrix}' \qquad t \geq 0 \tag{8}$$

$$Y^{(\upsilon)}(0^-)=\begin{bmatrix} s & x \end{bmatrix}'=y \tag{9}$$

$$\Gamma(s,x,\hat{c})=x-(1-t_c)(\hat{c}+c_{\min}) \tag{10}$$

$$K(s,x,\hat{c})=e^{-\rho s}(1-\eta)(\hat{c}+c_{\min}) \tag{11}$$

$$f=0 \tag{12}$$

$$g=e^{-\rho s}\eta x \tag{13}$$

此外，我們定義轉換運算子(switching operator) $\mathcal{M}$ 如下

$$\mathcal{M}\mathrm{h(y)=sup}\left\{\mathrm{h}(\Gamma(\mathrm{y},\hat{\mathrm{c}}))+\mathrm{K}(\mathrm{y},\hat{\mathrm{c}});\hat{\mathrm{c}}\in \mathrm{Z}\right\} \tag{14}$$

其中 Borel 函數 $h:\Re^2 \rightarrow \Re$ ，$\mathcal{M}$ 為一非線性的運算子，係將一有限的可測函數 h 映射至另一有限的可測函數 $\mathcal{M}\mathrm{h}$，Z 表 $\hat{c}$ 所有可能的集合，所以若 h 表當每次採取提撥時公司目標函數的值，則 $\mathcal{M}\mathrm{h(y)}$ 代表當狀態變數為 y 時該函數所能達到的最大值。

假設我們可以找到一個函數 $\phi:\overline{S} \rightarrow \Re$，滿足 Øksendal & Sulem（2004）中定理 6.2 中所有條件的要求，則必存在一組最適衝擊控制 υ^* ，可使 $\phi(s,x)=\Phi(s,x)$ 。今嘗試選取下列函數為 $\phi(s,x)$ 的可能形式：

$$\phi(s,x)=e^{-\rho s}\psi(x) \tag{15}$$

則：

$$\begin{aligned}\mathcal{M}\phi(\mathrm{x})&=\mathrm{sup}\left\{\phi(\Gamma(\mathrm{y},\hat{\mathrm{c}}))+\mathrm{K}(\mathrm{y},\hat{\mathrm{c}});0\leq\hat{\mathrm{c}}\leq\tfrac{\mathrm{x}}{(1\text{-}\mathrm{t_c})}-c_{\min}\right\}\\ &=\mathrm{e}^{-\rho s}\mathrm{sup}\left\{\psi(\mathrm{x}\text{-}(1\text{-}\mathrm{t_c})(\hat{\mathrm{c}}+\mathrm{c_{min}}))+(1\text{-}\eta)(\hat{\mathrm{c}}+\mathrm{c_{min}});0\leq\hat{\mathrm{c}}\leq\tfrac{\mathrm{x}}{(1\text{-}\mathrm{t_c})}-c_{\min}\right\}\end{aligned} \tag{16}$$

所以 $M\phi(\mathrm{x})$ 與 $M\psi(\mathrm{x})$ 有一特定的對應關係，所以為便於分析起見，我們可改以探討 $M\psi(\mathrm{x})$ 的函數特性來替代之。

接著我們假設定理 6.2 中的連續區域 D 為下列形式：

$$D=\left\{(s,x):0<x<x^{*}\right\} \tag{17}$$

其中常數 $x^{*}>0$ 表某一門檻值。上式所代表的經濟意涵為：當資產價值 $x\geq x^{*}$ 時，公司將會進行提撥，且金額高於最低金額，即 $\hat{c}>0$；反之，則不提撥，即 $c=0$。根據定理 6.2 條件 10，$\psi(x)$ 必須滿足下列方程式：

$$-\rho\psi(x)+\mu\psi(x)'+\tfrac{1}{2}\sigma^{2}\psi(x)''+\int_{R}\left\{\psi(x+\theta z)-\psi(x)-\psi(x)'\theta z\right\}\nu(dz)=0 \tag{18}$$

若不考慮上式中的第四項，則 $\psi(x)=e^{rx}$（r 為某一常數）為該常微分方程的某一特殊解，所以我們嘗試選取該特殊解為 $\psi(s,x)$ 的可能形式，並將其帶入上式得到下列的一元二次方程式：

$$h(r)=-\rho+\mu r+\tfrac{1}{2}\sigma^{2}r^{2}+\int_{R}\left\{e^{r\theta z}-1-r\theta z\right\}\nu(dz)=0 \tag{19}$$

既然 $h(0)=-\rho<0$，且 $\lim\limits_{r\to\infty}h(r)=\infty$，則該方程式的兩個根 r_1 及 r_2 必有下列的不等式關係：

$$r_{2}<0<r_{1} \tag{20}$$

所以我們可以令 $\psi(s,x)$ 之一般解形式如下：

$$\psi(x)=A_{1}e^{r_{1}x}+A_{2}e^{r_{2}x} \qquad A_{1}\text{ 及 }A_{2}\text{ 均為常數} \tag{21}$$

當資產價值為 0 時，則公司並無經營的價值，則股東所擁有的資產剩餘價值及後續的提撥均為 0，所以 $\psi(0)=0$ 可視為初始條件，故可令 $A_{1}=-A_{2}=A>0$，則：

$$\psi(x) = A(e^{r_1 x} - Ae^{r_2 x}) \quad 0 < x < x^* \tag{22}$$

$$\psi(x)' = A(r_1 e^{r_1 x} - r_2 e^{r_2 x}) > 0 \tag{23}$$

$$\psi(x)'' = A(r_1^2 e^{r_1 x} - r_2^2 e^{r_2 x}) > 0 \quad \text{若} x > \tilde{x} = \tfrac{2(\ln|r_2| - \ln r_1)}{r_1 - r_2} \tag{24}$$

接著我們根據定理 6.2 條件 11 來找出最適超額提撥金額$\hat{c}^* = \hat{c}^*(x)$。令：

$$\psi_0(x) = A(e^{r_1 x} - Ae^{r_2 x}) \qquad x > 0 \tag{25}$$

$$Q(x) = \psi(\mathrm{x}\text{-}(1\text{-}\mathrm{t_c})(\hat{\mathrm{c}}+\mathrm{c_{min}}))+(1\text{-}\eta)(\hat{\mathrm{c}}+\mathrm{c_{min}}) \tag{26}$$

若$\hat{c}^* = \hat{c}^*(x)$能使$Q(x)$達到最大值，則$\hat{c}^*$必能滿足下列一階條件：

$$\psi_0'(x - (1 - t_c)(\hat{c}^*(x) + c_{\min})) = \tfrac{1-\eta}{1-t_c} \tag{27}$$

假設$\psi_0'(\tilde{x}) < \frac{1-\eta}{1-t_c} < \psi_0'(0)$，則$x$必存在兩個值$\underline{x}$及$\overline{x}$（$\underline{x} < \tilde{x} < \overline{x}$），使得：

$$\psi_0'(\overline{x}) = \tfrac{1-\eta}{1-t_c} \qquad \psi_0'(\underline{x}) = \tfrac{1-\eta}{1-t_c} \tag{28}$$

我們選取門檻值$x^* = \overline{x}$，所以當資產價值$x \geq \overline{x}$時，$M\psi_0(\mathrm{x}) = \psi(\mathrm{x})$，即：

$$\psi(x) = \psi_0(\underline{x}) + (1 - \eta)(\hat{c}^*(x) + c_{\min}) \tag{29}$$

$$x - (1 - t_c)(\hat{c}^*(x) + c_{\min}) = \underline{x} \tag{30}$$

$$\hat{c}^*(x) = \tfrac{x - \underline{x}}{(1-t_c)} - c_{\min} \tag{31}$$

所以當資產價值$x \geq \overline{x}$時，公司會進行提撥，且其金額將等於$c^*(x) \equiv \hat{c}^*(x) + c_{\min} = \frac{x - \underline{x}}{(1-t_c)}$，所以$\psi(x)$應具有下列的函數形式：

$$\psi(x)=\psi_0(x)=A(e^{r_1x}-e^{r_2x}) \quad x<\overline{x} \tag{32}$$

$$\psi(x)=\psi_0(\underline{x})+\tfrac{1-\eta}{1-t_c}(x-\underline{x}) \qquad x\geq\overline{x} \tag{33}$$

接著我們來求解出常數A、門檻值$\overline{x}$，以及提撥後最適資產價值水準$\underline{x}$。根據 continuity、smooth pasting 兩條件以及第(28)式，則下列三式都必須成立：

$$A(e^{r_1\overline{x}}-e^{r_2\overline{x}})=A(e^{r_1\underline{x}}-e^{r_2\underline{x}})+\tfrac{1-\eta}{1-t_c}(\overline{x}-\underline{x}) \tag{34}$$

$$A(r_1e^{r_1\overline{x}}-r_2e^{r_2\overline{x}})=\tfrac{1-\eta}{1-t_c} \tag{35}$$

$$A(r_1e^{r_1\underline{x}}-r_2e^{r_2\underline{x}})=\tfrac{1-\eta}{1-t_c} \tag{36}$$

根據上述非線性方程組可知，我們所求解出的A、$\overline{x}$及$\underline{x}$都將會是稅率t_c、權重η、主觀折現率ρ，以及與資產累積過程有關的參數(μ,σ,θ)的函數，即：

$$A=A(t_c,\eta,\rho,\mu,\sigma,\theta) \tag{37}$$

$$\overline{x}=\overline{x}(t_c,\eta,\rho,\mu,\sigma,\theta) \tag{38}$$

$$\underline{x}=\underline{x}(t_c,\eta,\rho,\mu,\sigma,\theta) \tag{39}$$

伍、比較分析

本節將細分為三小節：第一小節探討稅率t_c及權重η如何影響最適門檻值$\overline{x}$及提撥後最適資產價值水準$\underline{x}$；第二小節探討最適門檻值$\overline{x}$與提撥後最適資產價值水準$\underline{x}$間的互動關係；第三小節探討稅率t_c及權重η如何影響最適提撥金額c。

一、稅率及權重對最適門檻值及提撥後最適資產價值水準的影響

首先令 $f(x)=e^{r_1 x}-e^{r_2 x}$，則 $\psi(x)=Af(x)$，則(35)及(36)式可改寫如下：

$Af'(\overline{x})=\frac{1-\eta}{1-t_c},\ Af'(\underline{x})=\frac{1-\eta}{1-t_c}$

由於 A、$\overline{x}$ 及 $\underline{x}$ 都是稅率 t_c 及權重 η 的函數，故可將(33)式改寫如下：

$$A(t_c)f(\overline{x}(t_c))=A(t_c)f(\underline{x}(t_c))+\tfrac{1-\eta}{1-t_c}(\overline{x}(t_c)-\underline{x}(t_c)) \tag{40}$$

$$A(\eta)f(\overline{x}(\eta))=A(\eta)f(\underline{x}(\eta))+\tfrac{1-\eta}{1-t_c}(\overline{x}(\eta)-\underline{x}(\eta)) \tag{41}$$

接著將(40)-(41)式分別對 t_c、η 做偏微分，再將 $f'(\overline{x})=\frac{1-\eta}{A(1-t_c)}$ 及 $f'(\underline{x})=\frac{1-\eta}{A(1-t_c)}$ 代入，經移項整理後可得到：

$$\tfrac{\partial A}{\partial t_c}=\tfrac{1-\eta}{1-t_c}\tfrac{\overline{x}(t_c)-\underline{x}(t_c)}{f(\overline{x}(t_c))-f(\underline{x}(t_c))}>0 \tag{42}$$

$$\tfrac{\partial A}{\partial \eta}=\tfrac{-1}{1-t_c}\tfrac{\overline{x}(\eta)-\underline{x}(\eta)}{f(\overline{x}(\eta))-f(\underline{x}(\eta))}<0 \tag{43}$$

因為 $\overline{x}>\underline{x}$，且 $f(\overline{x})>f(\underline{x})$，所以 $\frac{\partial A}{\partial t_c}>0$，$\frac{\partial A}{\partial \eta}<0$。

再將(28)式對 t_c、η 做偏微分，再將 $f'(\overline{x})=\frac{1-\eta}{A(1-t_c)}$ 及 $f'(\underline{x})=\frac{1-\eta}{A(1-t_c)}$ 代入，經移項整理後可得到：

$$\tfrac{\partial \overline{x}}{\partial t_c}=(A(t_c)f''(\overline{x}))^{-1}\tfrac{1-\eta}{1-t_c}\left(\tfrac{1-\eta}{1-t_c}-\tfrac{1}{A(t_c)}\tfrac{\partial A(t_c)}{\partial t_c}\right) \tag{44}$$

$$\tfrac{\partial \underline{x}}{\partial t_c}=(A(t_c)f''(\underline{x}))^{-1}\tfrac{1-\eta}{1-t_c}\left(\tfrac{1-\eta}{1-t_c}-\tfrac{1}{A(t_c)}\tfrac{\partial A(t_c)}{\partial t_c}\right) \tag{45}$$

$$\tfrac{\partial \overline{x}}{\partial \eta}=(A(\eta)f''(\overline{x}))^{-1}\tfrac{1-\eta}{1-t_c}\left(\tfrac{-1}{1-t_c}-\tfrac{1}{A(\eta)}\tfrac{\partial A(\eta)}{\partial \eta}\right) \tag{46}$$

$$\tfrac{\partial \underline{x}}{\partial \eta}=(A(\eta)f''(\underline{x}))^{-1}\tfrac{1-\eta}{1-t_c}\left(\tfrac{-1}{1-t_c}-\tfrac{1}{A(\eta)}\tfrac{\partial A(\eta)}{\partial \eta}\right) \tag{47}$$

所以稅率t_c(權重η)對最適門檻值$\overline{x}$及提撥後最適資產價值水準$\underline{x}$的影響取決於價值函數中之常數A的稅率(權重)彈性大小。就t_c而言，$t_c(\eta)$越高(越小)時，$\overline{x}$受t_c的影響越有可能是同向的，但對$\underline{x}$而言影響卻是相反的，表示稅率t_c對最適門檻值$\overline{x}$及提撥後最適資產價值水準$\underline{x}$的影響是相反的。但就權重η而言，t_c越高時，$\overline{x}$受η的影響越有可能是反向的，但對$\underline{x}$的影響卻是反向的。此外，由於$f''(\overline{x})>0$，且$f''(\overline{x})<0$，表示權重η對最適門檻值$\overline{x}$及提撥後最適資產價值水準$\underline{x}$的影響也應是反向的。

二、最適門檻值與提撥後最適資產價值水準間的互動關係；

今把(28)式分別對t_c做偏微分可得到：

$$\tfrac{\partial A}{\partial t_c} f'(\overline{x}) + Af''(\overline{x})\tfrac{\partial \overline{x}}{\partial t_c} = \tfrac{\partial A}{\partial t_c} f'(\underline{x}) + Af''(\underline{x})\tfrac{\partial \underline{x}}{\partial t_c} \tag{48}$$

$$\tfrac{\partial A}{\partial \eta} f'(\overline{x}) + Af''(\overline{x})\tfrac{\partial \overline{x}}{\partial \eta} = \tfrac{\partial A}{\partial \eta} f'(\underline{x}) + Af''(\underline{x})\tfrac{\partial \underline{x}}{\partial \eta} \tag{49}$$

再將$f'(\overline{x})=\frac{1-\eta}{A(1-t_c)}$及$f'(\underline{x})=\frac{1-\eta}{A(1-t_c)}$代入，經移項整理後可得到：

$$f''(\overline{x})\tfrac{\partial \overline{x}}{\partial t_c} = f''(\underline{x})\tfrac{\partial \underline{x}}{\partial t_c} \tag{50}$$

$$f''(\overline{x})\tfrac{\partial \overline{x}}{\partial \eta} = f''(\underline{x})\tfrac{\partial \underline{x}}{\partial \eta} \tag{51}$$

因為$f''(\overline{x})>0$，且$f''(\overline{x})<0$，所以$\frac{\partial \overline{x}}{\partial t_c}\frac{\partial \underline{x}}{\partial t_c}<0$（$\frac{\partial \overline{x}}{\partial \eta}\frac{\partial \underline{x}}{\partial \eta}<0$），表示稅率$t_c$(權重$\eta$)對門檻值$\overline{x}$及提撥後的最適資產價值水準$\underline{x}$的影響是反向的，即：若$t_c(\eta)$提高使得$\overline{x}$上升時，則$\underline{x}$同時必下降；反之亦然，此與第一小節的推論一致，這也說明了若稅率(權重)提高而使最適門檻值上升時(即降低了提撥的可能性)，則當資產價值一旦達到或超過最適門檻值時，其提撥的金額也會隨之提高；但若稅率(權重)提高而使得最適門檻值下降時(即提高了提撥的可能性)，則當資產價值一旦達到或超過最適門檻值時，其提撥的金額也會隨之降低。

三、稅率及權重對最適提撥金額的影響

首先將(31)式對稅率t_c及權重η做偏微分，可得到：

$$\frac{\partial c}{\partial t_c}=\frac{\partial \hat{c}}{\partial t_c}=\frac{1}{1-t_c}\left(\frac{x-\underline{x}}{1-t_c}-\frac{\partial \underline{x}}{\partial t_c}\right) \tag{52}$$

所以稅率t_c對提撥金額c的影響，取決於稅率t_c對提撥後最適資產價值水準$\underline{x}$的影響：若$\frac{\partial \underline{x}}{\partial t_c}<0$，則稅率$t_c$越高提撥金額$c$也越大。但若$\frac{\partial \underline{x}}{\partial t_c}>0$，其影響由$\frac{\partial \underline{x}}{\partial t_c}$與$\frac{x-\underline{x}}{1-t_c}$的相對大小而定。

接著將(31)式對權重η做偏微分：

$$\frac{\partial c}{\partial \eta}=\frac{\partial \hat{c}}{\partial \eta}=\frac{1}{1-t_c}\frac{\partial \underline{x}}{\partial \eta} \tag{53}$$

所以權重η對提撥金額c的影響，取決於權重η對提撥後最適資產價值水準$\underline{x}$的影響：若$\frac{\partial \underline{x}}{\partial t_c}<0$，則權重$\eta$越高提撥金額$c$也越小；但若$\frac{\partial \underline{x}}{\partial t_c}>0$，則反之。

陸、結論與建議

本文係以 Øksendal & Sulem（2004）中所介紹的最適衝擊控制理論來探討在公司實施確定提撥退休金計畫下如何在同時兼顧股東與員工利益的前提上來決定最適退休金提撥決策：包括最適提撥的時間點τ_j及最適提撥金額c_j。由於實務上退休金的提撥並非是一個連續動作，亦即非隨時都處於執行的狀態，所以本文才應用最適衝擊控制的理論來進行探討及分析，並獲致以下四項結論：

(一) 在資產價值遵行 Lévy 隨機過程的假設下，存在一組最適提撥決策能使公司當局兼顧股東與員工利益的目標函數能達到最大值；當資產價值x高於最適門檻值時，管理當局會進行提撥，而提撥的最適金額恰等於當時資產價值與提撥後最適資產價值水準之差，再除以(1-稅率)；當資產價值低於最適門檻值時，公司不會進行提撥，而最適門檻值、提撥後最適資產價值水準及最適提撥金額均與公司所適用的稅率、權重、主觀折現率，

以及與資產累積過程有關的參數等之函數特性有關。

(二) 公司稅率(選取的權重)對最適門檻值及提撥後最適資產價值水準的影響是反向的，即若稅率 (選取的權重)提高使得最適門檻值上升時，則提撥後最適資產價值水準同時必下降；反之亦然，這說明了若稅率 (選取的權重)提高而使得提撥的最適門檻值上升時(即降低了提撥的可能性)，則當資產價值一旦達到或超過該門檻值時，其提撥的金額也會隨之提高；但若稅率 (選取的權重)提高而使得提撥的門檻值下降時(即提高了提撥的可能性)，則當資產價值一旦達到或超過該門檻值時，其提撥的金額則會隨之降低。

(三) 稅率對最適提撥金額的影響，係取決於稅率對提撥後最適資產價值水準的影響：若為反向，則稅率越高提撥金額也越大；但若為同向，則其結果依稅率對提撥後最適資產價值水準之影響與當時資產價值水準高於提撥後最適資產價值水準之差的稅前約當量之相對大小來決定。

(四) 權重對最適提撥金額的影響，係取決於權重對提撥後最適資產價值水準的影響：若為反向，則權重越高提撥金額也越小；但若為同向，則反之。

本研究雖試圖建立一完整的模型來進行分析，但仍有以下因素仍未考慮或待改進：

(一) 就執行面而言，本文模型所決定的最適退休金提撥雖是在離散的時間點來進行，已進一步較貼近真實的現況，然實際上退休金的提撥應是每年執行一次，所以在性質上是雖屬於衝擊控制的一種，但又僅能在特定的期間內(一年內)選取一個最適的時間點來進行，所以仍有進一步改進的空間。

(二) 本文雖假設資產價值的累積過程遵行 Lévy 隨機過程，但為簡化分析起見，對於該與過程相關的參數均假設為常數，未來可進一步放寬為其他函數形式，或將經濟學上規模報酬遞減等資產特性納入模型內來考量。

(三) 由於退休金提撥具有租稅抵減的特性，但正如 DeAngelo 與 Masulis (1980)、Alderson (1984)所述，公司現存的其它稅盾例如：投資抵減、折舊費用等，都可能會降低公司的提撥意願，所以這些都可以加以考量。

(四) 由於退休金的提撥會對公司本身生產活動的資金需求產生排擠作用，有

必要進一步與公司本業的投資決策相整合。

(五) 公司的股利政策勢必也會與退休金提撥相互影響，所以也應一併考量。

參考文獻

徐景亮，1993，一般公認會計原則詮釋第二冊，台北：三民書局。

張士傑、陳絳珠，2001，「企業退休基金之多期最適提撥與資產配置」，管理評論，20 卷 3 期：21~51.

Alderson, M. J., 1984, “Unfunded Pension Liabilities and Capital Structure Decision: A Theoretical and Empirical Investigation”,Ph. D. Dissertation, University of Illinois at Urbana-Champaign.

DeAngelo, H., and R. W., Masulis, 1980“Optimal Capital Structure under Corporate and Personal Taxation”,**Journal of Financial Economics**, March, 3-29.

Frankfuter, G. M., & J. M. Hill, 1981“A Normative Approach to Pension Fund Management”, **Journal of Financial and Quantitative Analysis**, November, 533-555.

Haberman, S.,& J. H., Sung, 1994 “Dynamic Approach to Pension Funding”,**Insurance: Mathematics and Economics**, December, 151-162.

Harrison, J., & W., Sharpe, 1985“Optimal Funding and Asset Allocation Rules of Defined Benefit Pension Plans” in Z. Bodies and J. Shoven (eds.) **Financial Aspects of the United States Pension System**, Chicago, The University of Chicago Press.

Jeanblanc-Picque,M. 1993“Impulse Control Method and Exchange Rate” ,**Mathematical Finance**, September,161-177.

Mundaca, G., & B., Øksendal, 1998 “Optimal Stochastic Intervention Control with Application to the Exchange Rate” **Journal of Mathematical Economics**, March, 225-243.

Øksendal, B., & A., Sulem, 2004 **Applied Stochastic Control of Jump Diffusions,** Berlin: Springer-Verlag.

Sharpe, W. F., 1976“Corporate Pension Funding Policy”, **Journal of Financial Economics**, June, 183-193.

Sulem, A., 1986 “Explicit Solution of a Two-Dimensional Deterministic Inventory

Problem” **Mathematics of Operation Research**, February, 134-146.

Tepper, I., 1974“Optimal Financial Strategies for Trusteed Pension Plan”, **Journal of Financial and Quantitative Analysis**, June, 357-376.

Tepper, I., & A.R.P., Affleck, 1974 “Pension Plan Liabilities and Corporate Financial Strategies” , **Journal of Finance**, December, 1549-1564.

作者簡介

王子維

國立中山大學財務管理學系碩士，現為國立中山大學財務管理學系博士候選人。

陳月霞

美國紐約州立大學管理科學博士，現為國立中山大學財務管理學系專任教授，主要研究領域為匯率變動分析和預測、應用計量經濟、投資分析、年金福利等。研究論文曾發表於中山管理評論、Multinational Finance Journal、The International Journal of Finance、 Journal of International Money and Finance、International Journal of Systems Science、Journal of Forecasting、Applied Economics、The Financial Review 等。