ISSN 1023-2842
中山管理評論　　2013 年三月號
第二十一卷第一期　　p.165-197
DOI: 10.6160/2013.03.05

與物價指數連動之擔保債權憑證的評價模型

A Pricing Model of Inflation-indexed Collateralized Debt Obligations

陳芬英* *Fen-Ying Chen*
世新大學財金系
Department of Finance,
Shih Hsin University

彭星與 *Hsing-Yu Peng*
第一商業銀行仁愛分行
First Commercial Bank

* 通訊作者：陳芬英，世新大學財金系 副教授，111 台北市文山區木柵路一段 111 號，FAX: 886-2-22362265; Tel: 886-2-22368225 ext. 63438; E-mail:fyichen@cc.shu.edu.tw。
作者們由衷感謝編輯委員與二位匿名審查委員提出的寶貴意見，使本文更臻完善，特此致謝。

摘要

本文擴展 Meneguzzo & Vecchiato (2002) 模型，應用縮減式信用風險模型，首次提出與物價指數連動的擔保債權憑證(Collateralized Debt Obligations, CDO)模型。該模型，除了具備傳統 CDO 的特色之外，在物價不斷攀升之際，亦能保障分券投資人的實質收益。此外，當模型分券之通膨效果為零時，則本模型隨即變成傳統的CDO模型，所以本模型可視為傳統CDO的一般化(general form)模型。在蒙地卡羅法和機率水桶法之應用下，實證發現，與物價指數連動的 CDO 模型，其分券的信用價差皆高於無通膨效果之傳統 CDO 評價模型；物價指數波動度與各分券之信用價差呈同向變動。

關鍵詞：物價指數連動的 CDO、縮減式模型、一般化 CDO 模型、機率水桶法、蒙地卡羅法

Abstract

This article extends the work by Meneguzzo & Vecchiato (2002) under a reduced form to first present an inflation-indexed CDO model. Besides the properties of traditional CDOs, the model can preserve investors' real profits in an inflation period. Also, the model can reduce to a traditional CDO model when the proportion of the inflation effects of the tranches in the model equals to zero. Thus our model can be regarded as a general one of the traditional CDO models. In empirical studies, using Monte Carlo simulation and Probability Bucketing method, it is found that the fair spread of the inflation-indexed model is higher than that of the traditional CDO model with no inflation effect. Also, the relationship between the fair spread and inflation volatility is positive.

Keywords: Inflation-indexed CDO, Reduced form model, General CDO model, Probability Bucketing method, Monte Carlo simulation

壹、導論

擔保債權憑證 (Collateralized Debt Obligations，簡稱 CDOs)為資產基礎證券(Assets Backed Securities, ABS) 類型的產品之一，是一種固定收益債權的債券組合。創始機構(Sponsor) 將這些固定收益的債權重新組合，經由特殊目的機構(Special Purpose Vehicle, SPV) 的包裝成為一個投資組合，稱債權的資產池(asset pool) 後,依照不同的信用等級,再發行不同風險等級之票券(notes) 給投資人。而投資人則可依照不同的風險偏好，購買不同風險等級的票券，可分為高級(Senior)、中級(Mezzanine)，和低級/次順位(Junior/Subordinated)三種分券(tranches)。1988 年後，銀行為符合巴賽爾協定(Basel agreement)，在資本適足率的規定下，出現第一檔擔保債權憑證(Collateralized Debt Obligations)，簡稱 CDO。CDO 能將銀行存在的信用風險移轉給投資人，提供了另一種分散信用風險的新方法，因而使信用衍生性商品市場更蓬勃發展。

在全球的信用商品市場中，CDO 商品一直是成長最為快速的信用商品之一。2004 年，CDO 的發行總金額為 157,418.5 百萬美元，到 2006 年時已達到 551,709.6 百萬美元，成長幅度超過三倍。而在 2007 年時，由於受到美國次級房貸惡化之影響，許多金融機構蒙受損失，降低了投資人購買的意願。2007 年的發行總金額 502,978.8 百萬美元，已有逐漸減緩之趨勢，但其對全球金融的影響，仍不可小覷。

在台灣，2002 和 2003 年相繼通過了「金融資產證券化」與「不動產證券」化法案；台灣工業銀行業也於 2003 年推出了台灣第一檔的貸款抵押證券(Collateralized Loans Obligation, CLO)，直至 2008 年 5 月統計流通在外的資產證券化的各項商品發行總額已達 2660 億，其中 CDO 佔證券化市場的比率超過 40%。因 CDO 對於較高順位評等之債券獲有優先清償報酬的權利，一般而言，投資報酬率比相同風險評等之一般公司債高，於是逐漸受企業投資人的青睞。

然而對於 CDO 的評價，在理論上的評價模型，有公司價值模型 (Firm Value Model) (通常又稱為結構式模型 Structural Model) 、違約強度模型(Intensity Model) (又稱縮減式模型 Reduced Form Model)，以及介於兩者之間的顯著變數模型 (Signaling Approach)。結構式模型是將公司債視為對公司資產的條件賦予求償權 (contingent claim)，公司是否發生信用風險端視其資本結構而決定。Merton (1974) 首先提出信用風險的資產模型，其將股東權益之期末

價值視為標的資產是公司資產價值，且履約價格為負債之買權，應用 Black & Scholes (1973) 選擇權訂價公式便可得股東權益之現值，又稱為 BSM 模型。Geske (1977) 延伸 Merton (1974) 模型，因公司常發行附有票息之債券，因此違約可能發生於各個付息日無法履約之時候，所以可將公司債權視為多重請求權之組合，以 Compound Option 來評價公司債權的價值。Longstaff & Schwartz (1995) 則應用 Black & Cox (1976) 模型，並加入 Vasicek (1977) 之隨機短期利率模型，使債券之違約風險與利率風險之間具有相關性，研究指出公司價值與利率之間的負相關性可顯著降低具違約風險債券的信用價差。

對於縮減式模型，利用總體經濟等相關數據資料，對信用風險加以評價，有別於結構式模型，Jarrow & Turnbull (1995) 首先假設破產過程及無風險利率期間結構彼此獨立，且公司違約機率、債券回復率、市場利率等為外生變數，以無套利條件 (no arbitrage) 評價風險性債券。Jarrow et al. (1997) 則延伸 Jarrow & Turnbull (1995) 模型，首次將信用評等資訊納入有險債券之評價，將信用等級視為時間同質 (time-homogeneous) 的馬可夫鏈 (Markov chain)中各個狀態，且假設回復率為常數。結果信用價差期間結構會完全吻合市場結構，且信用價差隨信用等級改變。Lando (1998) 利用 Jarrow et al. (1997) 模型，放寬利率過程與違約過程獨立的假設，使違約機率與利率波動連動。Duffie & Singleton (1999) 使用獨立的卜瓦松過程 (Poisson Process) 將違約過程間相關性模型化，且將違約事件視為隨機，或無法預測，並受危險率 (hazard rate) 影響。Longstaff & Rajan (2008) 在縮減式模型中，將資產池中的損失函數加入獨立的卜瓦松過程，進而評價 CDO。

Cathcart & El-Jahel (1998) 提出介於結構法與縮減法之間的顯著變數法評價有違約風險的債券。該模型延伸 Longstaff & Schwartz (1995)，加入 Cox et al. (1985) 隨機短期利率模型，但利率期間結構與顯著變數之間彼此獨立。並假設有一顯著變數 x 能捕捉發生違約事件的機率，當 x 低於某一下限水準 (x_1) 時債券即違約，進而求解偏微分方程，發現有險債券價格為無險債券價格減去信用風險溢酬。Moraux (2004) 依照 Cathcart & El-Jahel (1998) 模型的設定，並以 Merton (1973) 與 Reiner & Rubinstein (1991) 所提供之障礙選擇權評價方法，推導出風險中立機率測度下之違約機率。

上述三種信用風險評價模型，各有所長。結構式模型雖有理論基礎，但公司的價值為內生變數，估計不易。縮減式模型的模型參數多為外生變數，在實務上廣被應用，但較缺乏具經濟意義的理論模型；顯著變數法介於兩者之間，

但對於公司違約變數難有客觀性的選擇。對於 CDO 商品的評價而言，以結構式模型或顯著變數模型評價不同順位分券將更為不易，因此很多文獻是以縮減式模型進行，例如 Cifuentes & O'Connor (1996)、Li (2000)、Meneguzzo & Vecchiato (2002)、Laurent & Gregory (2002) 和 Hull & White (2004)。

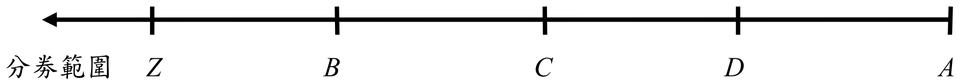
然而，縱觀上述信用衍生性商品的研究，尚未討論通貨膨脹的影響。近年來，因油價不斷上揚及世界各國實施寬鬆貨幣政策以應金融風暴之際，令投資人擔心的是信用風險和通貨膨漲的問題。於是早在 1981 年，英國政府發行 Inflation-linked Gilts (ILGs)，以及 1997 年 1 月，美國政府發行 10 年期抗通膨債券 (Treasury Inflation-Protected Securities，簡稱 TIPS)。此外，國際間進而流行一種可保護投資人實質收益的抗通膨金融商品 － 與物價指數連動的交換合約(inflation-indexed swaps，簡稱 IIS)，物價指數連動的 swaps，swaption，caps 和 floors。Mercurio (2005) 提出與物價指數連動的零息債券交換模型。Mercurio & Moreni (2006) 擴展了 Mercurio (2005) 模型，並在隨機波動度(stochastic volatility)的情形下，提出物價指數連動的 caps 和 floors 合理價格的封閉解。Hinnerich (2008) 更是對於物價指數連動的 swaps，swaption 和標的資產為物價指數連動之債券的選擇權進行評價和避險。除了 TIPS 和交換合約之外，本文擴展 Meneguzzo & Vecchiato (2002) 模型，應用縮減式信用風險模型，試圖提出另一種可保障投資人實質所得的金融商品 － 與物價指數連動的 CDO，簡稱抗通膨的 CDO 模型。並以國內所發行之擔保債權憑證「台灣土地銀行股份有限公司95年度第1次發行台灣工業銀行企業貸款債券信託證券化受益證券」作為實證的研究對象，在蒙地卡羅法和機率水桶法之應用下，分析通貨膨漲對 CDO 價格之影響。

本文共分為五個部份，首先是前言；其次是模型之建立；第三部分為評價方法；第四部份則是數值分析；最後是結論。

貳、模型之建立

首先，假設特殊目的機構發行四種不同信用等級的分券，分別為最高級分券、高級分券、次級分券以及權益分券。而這些分券也可依照報償給付的先後

順序，稱最高級分券為第一順位分券；高級分券為第二順位分券；次級分券為第三順位分券，與權益分券為第四順位分券。令第一順位分券承受資產池內債券違約總損失的範圍為 D~A；第二順位分券為 C~D；第三順位分券為 B~C；第四順位分券為 Z~B。因此各分券承受損失的範圍可如下表示。



其次，假設:

(1)各分券發行的總金額等於資產池內債權的總金額。

(2)第一順位分券是與物價指數連動的 CDO 分券，簡稱抗通貨膨脹分券，而其他分券不與物價指數連動，為一般 CDO 分券。

(3)抗通貨膨脹分券所產生的通膨效果，由低於該分券之其餘分券分擔。

(4)通貨膨脹率增加率為正的，也就是物價是在上漲之際。

相較傳統的 CDO 模型，各分券的損失和收益皆不受通貨膨脹影響。而在本模型中，因第一順位分券與物價指數連動，所以各分券的損失和收益皆比傳統的 CDO 模型，多出通貨膨脹效果。例如，第一、二、三和四分券的原始發行面額分別為 400，300，200 和 100，總共發行面額為 1000，則一、二、三和四分券承受資產池總損失的範圍分別為(600，1000)，(300，600)，(100，300)和(0，100)。當第一分券與物價指數連動，而其他分券不與物價指數連動，且物價上漲率為 0.25 時，則第一分券的面額將由 400 變成 400(1+0.25)=500，通貨膨脹效果為 100 (500-400)。而為維持總發行面額 1000，則第二、三和四分券的發行面額將受到影響，進而影響他們原來承受資產池總損失的範圍。倘若第二、三和四分券的發行面額分別變成 250，170 和 80，換言之，第二、三和四分券分別分擔 50 (比重為 50/100)，30 (比重為 30/100)和 20 (比重為 20/100)的通膨效果。因此，第一、二、三和四分券承受資產池總損失的範圍分別為(500，1000)，(250，500)，(80，250)和(0，80)。據此，我們將上述一般化，一一詳述如下。

一、各分券的損失情形

在擔保債權憑證的評價模型中，投資人的現金流量分為兩個部分。一是資產池內債券違約對分券所造成的損失部分。另一則是資產池中債券違約時，投資人可以得到的收益部分。以下將分析通貨膨脹效果對各分券投資人的損失和收益之影響。

（一）抗通膨分券

當第一順位的分券是抗通膨票券，則抗通膨票券之面額隨物價指數變動。在 t 時，若物價指數上漲，該分券之面額將從(DA)增加至$(D_t A)$。見圖 1。

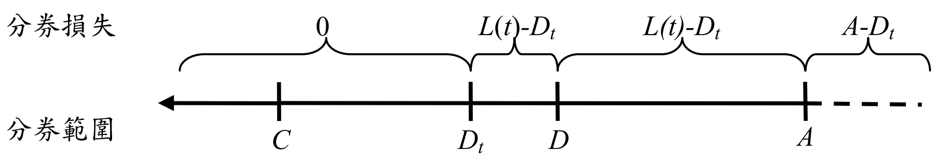


圖 1：第一順位分券在 t 時點受到通貨膨脹影響後的損失變化情形

若資產池內債券在 t 時點的累積損失 L(t)，第一順位分券之損失將出現三種情形。(a)當 $L(t) \le D_t$ 時，第一順位分券損失金額為 0；(b)當 $D_t \le L(t) \le D$ 或 $D \le L(t) \le A$ 時，第一順位分券的損失為 $L(t) - D_t$；(c)當 $L(t) = A$ 時，第一順位分券損失則為 $A - D_t$。因此，我們亦可將此分券的損失情形以(1)式表示。

$$M_1(t) = \begin{cases} 0 \quad + Max[L(t) - D_t, 0] & if \quad L(t) \le D \\ (L(t) - D) + \quad (D - D_t) & if \quad D \le L(t) \le A \\ \underbrace{(A - D) +}_{\text{無通膨效果}} \quad \underbrace{(D - D_t)}_{\text{通膨效果}} & if \quad L(t) = A \end{cases} \tag{1}$$

其中，$M_1(t)$ 表示在 t 時點下，第一順位分券的累積損失。且從(1)式我們可將損失區分為無通膨效果與通膨效果兩部分。(1)式也可改寫成(2)式

$$M_1(t) = Max\{Min[L(t), A] - D, 0\} + Min\{Max[L(t) - D_t, 0], D - D_t\}$$

$$= Max\{Min[L(t), A] - D, 0\} + \{(D - D_t) - Max\{Min[D - L(t), D - D_t], 0\}\}$$

(2)

其中$(D-D_t)$為通貨膨脹之效果。由於資產池內債權的總金額與各分券之發行總額相同，當第一順位分券為抗通膨票券時，其會影響其他分券損失之界限。

因第二、第三與第四順位分券需分擔第一順位分券損失範圍增加的區域$(D-D_t)$，當$D-D_t=1$時，W2、W3 和 W4 分別表示第二、三和四順位分券所分擔之比重，則$W_2+W_3+W_4=1$，也就是第二、三和四順位分券受第三分券通膨影響的總程度。令$\alpha=-1$，則$\alpha+W_2+W_3+W_4=0$，$(D-D_t)$可以(3)式表示。

$$D - D_t = F \cdot I(t) \cdot 1 = F \cdot I(t) \cdot (-\alpha) \tag{3}$$

其中，F ：表示第一順位分券之原始面額；

I(t)：表示在 t 時點下的通貨膨脹增加率。I(t)>0。

將(3)式代入(2)式，可得：

$$M_1(t) = Max\{Min[L(t), A] - D, 0\} - (F \cdot I(t) \cdot \alpha) - Max\{Min[D - L(t), (F \cdot I(t) \cdot (-\alpha)], 0\}$$

(4)

（二）低於抗通膨分券之其他順位分券

在 t 時點下，第二順位之分券範圍因受到第一順位的損失範圍變動之影響，致使該分券損失範圍由原本的 CD 移至 CtDt。若第二順位分券部分承受第一順位分券之通貨膨脹效果為 F×I(t)×W2，其餘部分 F×I(t)×(1-W2)再由其他順位分券承受。因此，第二順位分券之損失將出現三種情形。(a) 當$L(t) \le C_t$時，第二順位分券損失金額為 0；(b) 當$C_t \le L(t) \le C$或$C \le L(t) \le D_t$時，第二順位分券的損失為$L(t)-C_t$；(c)當$L(t) \ge D_t$時，第二順位分券損失則為 Dt－Ct。見圖 2。

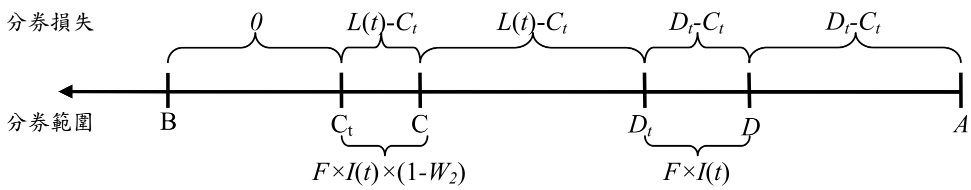


圖 2：第二順位分券在 t 時點分擔通膨效果後的損失變化情形

因此，第二順位分券之損失情形如(5)式所示。

$$M_2(t)=\begin{cases} \quad 0 \quad - \quad 0 \quad + Max[L(t)-C_t,0] & if \quad L(t)\le C \\ (L(t)-C)-Max[L(t)-D_t,0]+ \quad (C-C_t) & if \quad C\le L(t)\le D \\ \quad (D-C)- \quad (D-D_t) \quad + \quad (C-C_t) & if \quad L(t)\ge D \end{cases}$$

無通膨效果　　　　　通膨效果

(5)

(5)式可寫成(6)式。

$$M_2(t)=Max\{Min[L(t),D]-C,0\}-Min\{Max[L(t)-D_t,0],D-D_t\}$$

$$+Min\{Max[L(t)-C_t,0],C-C_t\}$$

$$=Max\{Min[L(t),D]-C,0\}+Max\{Min[D-L(t),D-D_t],0\}-[(D-D_t)-(C-C_t)]$$

$$-Max\{Min[C-L(t),C-C_t],0\} \qquad (6)$$

因 $C-C_t=F\cdot I(t)\cdot(1-W_2)$，所以(6)式可以轉變成(7)式。

$$M_2(t)=Max\{Min[L(t),D]-C,0\}+Max\{Min[D-L(t),F\cdot I(t)\cdot(W_2+W_3+W_4)],0\}$$

$$-(F\cdot I(t)\cdot W_2)-Max\{Min[C-L(t),F\cdot I(t)\cdot(-\alpha-W_2)],0\} \qquad (7)$$

同理，第三和第四順位分券在 t 時點的損失分配如(8)式和(9)式。

$$M_3(t)=Max\{Min[L(t),C]-B,0\}+Max\{Min[C-L(t),F\cdot I(t)\cdot(W_3+W_4)],0\}$$
$$-(F\cdot I(t)\cdot W_3)-Max\{Min[B-L(t),F\cdot I(t)\cdot(-\alpha-W_2-W_3)],0\} \quad (8)$$
$$M_4(t)=Max\{Min[L(t),B]-Z,0\}+Max\{Min[B-L(t),F\cdot I(t)\cdot(W_4)],0\}$$
$$-(F\cdot I(t)\cdot W_4)-Max\{Min[Z-L(t),F\cdot I(t)\cdot(-\alpha-W_2-W_3-W_4)],0\} \quad (9)$$

綜合(4)、(5)、(8)和(9)式，我們可得第 h 順位分券的累積損失之一般式，如(10)式。

$$M_h(t)=Max\{Min[L(t),UB]-DB,0\}+Max\{Min[UB-L(t),F\cdot I(t)\cdot\sum_{g=h}^{H}W_g],0\}$$
$$-(F\cdot I(t)\cdot W_h)-Max\{Min[DB-L(t),F\cdot I(t)\cdot(-\sum_{g=1}^{h}W_g)],0\} \quad (10)$$

其中，Mh(t)：即表示第 h 順位之分券在 t 時點的累積損失金額；

H ：表示所有分券的個數；

UB：表示 h 分券的損失上界；

DB：表示 h 分券的損失下界；

若 h 分券為抗通膨分券，則 $W_h=\alpha$ 。又(10)式又可分解如(11)式。

$$M_h(t)=M_h^*(t)+AR_h(t)-AW_h(t)-AL_h(t) \quad (11)$$

其中， $M_h^*(t)=Max\{Min[L(t),UB]-DB,0\}$ ，為分券無通膨下的累積損失；

$AR_h(t)=Max\{Min[UB-L(t),F\cdot I(t)\cdot\sum_{g=h}^{H}W_h],0\}$ ；

$AW_h(t)=(F\cdot I(t)\cdot W_h)$ ；

$AL_h(t)=Max\{Min[DB-L(t),F\cdot I(t)\cdot(-\sum_{g=1}^{h}W_g)],0\}$ 。

因此，各分券違約損失現值，以間斷型式表示如下：

$$DL = E^{Q}[\sum_{i=1}^{N} B(0,t_i)\cdot(M_h(t_i)-M_h(t_{i-1}))]$$

$$= \sum_{i=1}^{N} B(0,t_i)\cdot E^{Q}[M_h^*(t_i)-M_h^*(t_{i-1})] + \sum_{i=1}^{N} B(0,t_i)\cdot E^{Q}[AR_h(t_i)-AR_h(t_{i-1})]$$

$$-\sum_{i=1}^{N} B(0,t_i)\cdot E^{Q}[AW_h(t_i)-AW_h(t_{i-1})] - \sum_{i=1}^{N} B(0,t_i)\cdot E^{Q}[AL_h(t_i)-AL_h(t_{i-1})] \quad , \tag{12}$$

其中，$B(0,t_i)$表示到期日在時間t_i可得\$1 的零息債券，其在現在($t=0$)的價值。

二、各分券的收益情形

（一）抗通膨分券

與分券損失的情況類似，第一順位分券在 t 時點下，可以獲的的收益將會因為分券損失範圍的擴大，而提升了分券的本金餘額使投資人可拿到的收益增加。然而，增加的本金餘額部分($D-D_t$)在此將其解釋為抵抗通貨膨脹所需的通膨風險溢酬。見圖 3。

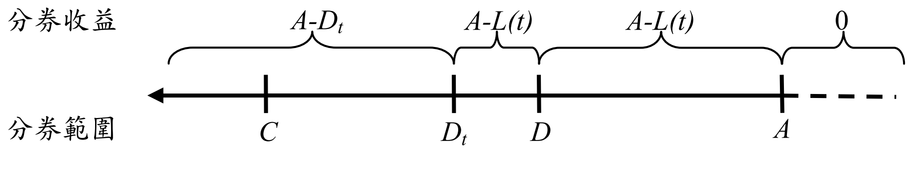


圖 3：第一順位分券在 t 時點受到通貨膨脹影響後的本金餘額變化

若資產池內債券在 t 時點的累積損失 L(t)，第一順位分券損失下界因通膨而移動至D_t。此時，分券之本金餘額將出現三種情形。(a)當$L(t)\le D_t$時，第一順位分券的本金餘額為$A-D_t$；(b)當$D_t \le L(t) \le D$或$D \le L(t) \le A$時，第一順位分券的本金餘額為$A-L(t)$；(c) 當$L(t)=A$時，第一順位分券的本金餘額為 0。以上我們可以 (13)式表示。

$$\phi_1(t)=\left\{\begin{array}{llll} A-D & +Min[D-L(t),D-D_t] & if & L(t)\le D \\ A-L(t) & +\quad 0 & if & D\le L(t)\le A \\ \quad 0 & +\quad 0 & if & L(t)=A \end{array}\right. \tag{13}$$

無通膨效果　　　通膨效果

其中，$\phi_1(t)$ 表示在 t 時點下，第一順位分券投資人可得到的收益。又(13)式可寫成 (14)式。

$$\begin{aligned}\phi_1(t) &= Min\{Max[A-L(t),0],A-D\}+Max\{Min[D-L(t),D-D_t],0\} \\ &=(A-D)-Max\{Min[L(t),A]-D,0\}+Max\{Min[D-L(t),F\cdot I(t)\cdot(-\alpha)],0\}\end{aligned} \tag{14}$$

（二）低於抗通膨分券之其他順位分券

在 t 時點下，第二順位之分券因承受通膨效果，使該分券損失範圍由原本的 CD 移動到 C_tD_t。因此，第二順位分券之本金餘額將出現三種情形。(a)當 $L(t)\le C_t$ 時，第二順位分券的本金餘額為 D_t-C_t；(b)當 $C_t\le L(t)\le C$ 或 $C\le L(t)\le D_t$ 時，第二順位分券的本金餘額為 $D_t-L(t)$；(c) 當 $L(t)\ge D_t$ 時，第二順位分券的本金餘額為 0。以上我們可以圖 4 表示。

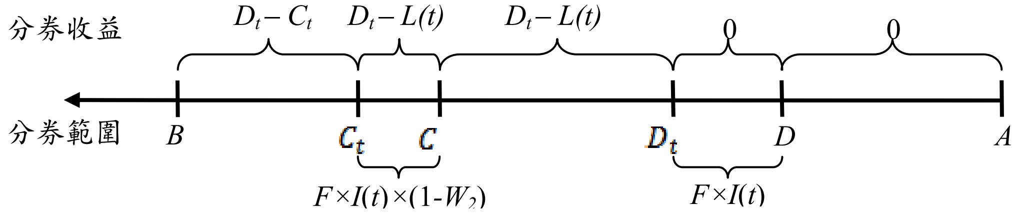


圖 4：第二順位分券在 t 想點分擔通膨效果後的本金餘額變化情形

可將圖 4 第二順位分券本金餘額變化情形以(15)式表示：

$$\phi_2(t)=\begin{cases} \underbrace{(D-C)}_{\text{無通膨效果}} - \underbrace{(D-D_t) + Min[C-L(t),C-C_t]}_{\text{通膨效果}} & if\ \ L(t)\le C \\ (D-L(t))-Min[D-L(t),D-D_t]+ 0 & if\ \ C\le L(t)\le D \\ 0 - 0 + 0 & if\ \ L(t)\ge D \end{cases} \tag{15}$$

並將(15)式表示如下。

$$\begin{aligned}\phi_2(t)&=Min\{Max[D-L(t),0],D-C\}-Max\{Min[D-L(t),D-D_t],0\}\\&\quad+Max\{Min[C-L(t),C-C_t],0\}\\&=(D-C)-Max\{Min[L(t),D]-C,0\}-Max\{Min[D-L(t),F\cdot I(t)\cdot(W_2+W_3+W_4)],0\}\\&\quad+Max\{Min[C-L(t),F\cdot I(t)\cdot(-\alpha-W_2)],0\}\end{aligned} \tag{16}$$

其中，W_2，W_3和W_4分別表示第二、三和四分券分擔通膨效果的權重。當權重越大，表示受通膨影響越大。

同理，第三和第四順位分券在 t 時點的本金餘額如(17)和(18)式。

$$\begin{aligned}\phi_3(t)&=(C-B)-Max\{Min[L(t),C]-B,0\}-Max\{Min[C-L(t),F\cdot I(t)\cdot(W_3+W_4)],0\}\\&\quad+Max\{Min[B-L(t),F\cdot I(t)\cdot(-\alpha-W_2-W_3)],0\}\\&=(C-B)-(F\cdot I(t)\cdot W_3)-M_3(t)\end{aligned} \tag{17}$$

$$\begin{aligned}\phi_4(t)&=(B-Z)-Max\{Min[L(t),B]-Z,0\}-Max\{Min[B-L(t),F\cdot I(t)\cdot(W_4)],0\}\\&\quad+Max\{Min[Z-L(t),F\cdot I(t)\cdot(-\alpha-W_2-W_3-W_4)],0\}\\&=(B-Z)-(F\cdot I(t)\cdot W_4)-M_4(t)\end{aligned} \tag{18}$$

綜合(14)、(16)、(17)和(18)式，我們可以得到第 h 順位分券本金餘額之一般式，如(19)式。

$$\phi_h(t)=(UB-DB)-Max\{Min[L(t),UB]-DB,0\}-Max\{Min[UB-L(t),F\cdot I(t)\cdot\textstyle\sum_{g=h}^{H}W_g],0\}$$

$$+Max\{Min[DB-L(t),F\cdot I(t)\cdot(-\sum_{g=1}^{h}W_g)],0\}$$

$$=(UB-DB)-M_h^*(t)-AR_h(t)+AL_h(t) \tag{19}$$

又 $M_h(t)=M_h^*(t)+AR_h(t)-AW_h(t)-AL_h(t)$ ，所以(19)式亦可寫成：

$$\phi_h(t)=(UB-DB)-(F\cdot I(t)\cdot W_h)-M_h(t) \tag{20}$$

因此，各分券在各付息時點下的期望收益現值，如下：

$$PL=E^Q[\sum_{j=1}^{m}\Delta_{j-1,j}\cdot s\cdot B(0,t_j)\cdot\phi(t_j)]$$

$$=E^Q[\sum_{j=1}^{m}\Delta_{j-1,j}\cdot s\cdot B(0,t_j)\cdot\{(UB-DB)-(F\cdot I(t_j)\cdot W_h)-M_h(t_j)\}] \tag{21}$$

$$=s\cdot\sum_{j=1}^{m}\Delta_{j-1,j}\cdot B(0,t_j)\cdot\{(UB-DB)-E^Q[M_h^*(t_j)]-E^Q[AR_h(t_j)]+E^Q[AL_h(t_j)]\}$$

其中，s 表示合理之信用價差；$\Delta_{j-1,j}$ 是時間第 $j-1$ 期到 j 期的距離。在無套利機會的條件下，期望損失的現值（DL）與期望收益的現值（PL）相等，即

則 $$s^*=\frac{\sum_{i=1}^{N}B(0,t_i)\cdot E^Q[(M_h(t_i)-M_h(t_{i-1})]}{\sum_{j=1}^{m}\Delta_{j-1,j}\cdot B(0,t_j)\cdot\{(UB-DB)-E^Q[(F\cdot I(t_j)\cdot W_h)+M_h(t_j)]\}} \tag{22}$$

觀察上述得知,各分券的期望損失現值與期望收現值除了會受到資產池債券違約的損失影響之外，也會受承擔之通膨效果的大小影響。而且當 $\alpha=0$ ，$W_2=0$ ，$W_3=0$ ，$W_4=0$ 時，本模型即變成傳統無通貨膨脹效果之 CDO 評價模型。

參、評價方法

對於 CDO 的評價，首先應計算出各時點下資產池內債券違約對分券造成的損失金額，並對此損失金額折現加總後，以求得在期初時點下的分券期望損失現值 (default payment leg, DL) 和期初的期望收益現值(premium leg, PL)，進而在無套利機會的條件下，求得分券在發行時合理信用價差(credit spread)。因此，我們應對資產池內各個債券可能的違約事件，建立違約強度模型，以計算在未來時點發生違約的機率。接著，利用單因子高斯 Coupula 模型，將資產池內個別債券的違約機率轉換成為聯合違約機率，以計算債券間違約相關下的違約機率。最後透過蒙地卡羅法、機率水桶法等數值方法，估計資產池內債券在各時點的損失分配，以計算 CDO 各分券的信用價差。

一、蒙地卡羅法（Monte Carlo method）

Meneguzzo & Vecchiato (2002) 與 Peixoto (2004) 以蒙地卡羅法模擬資產池內各債券之價值，並透過 Copula 函數之轉換，估計出資產池內債券的期望損失。

首先利用因子相關結構模型的假設模擬出資產池內各資產的價值，接著利用 Copula 函數之轉換，將資產價值轉換成債券之違約時點，進而計算資產池內債券在各時點下的違約損失情形。此方法之好處在於不需有太多的理論基礎即可進行模擬，但在精確度以及模擬花費的時間上則必須有所取捨。

二、機率水桶法（Probability Bucketing）

Hull & White (2004) 提出的一種估計損失分配的方法稱機率水桶法。在因子相關結構模型的條件獨立假設下，首先假設在資產池內有 n 張不同的債券，且各債券的回復率為已知。接著，將資產池內債券可能的總損失金額區分為 K+1 個不同的損失區間，分別表示為{0,b0}, {b0,b1},{b1,b2},…,{bk-1,bk},…,{bK-1,∞}。其中{0,b0}表示第 0 個損失區間，{bk-1,bk}表示第 k 個損失區間且$1 \le k \le K-1$。而{bK-1,∞}表示最後一個損失區間。

令 $p_k = p_t(k \mid M)$：表示在 t 時點下，第 k 個損失區間的條件機率；

$G_t(k\,|\,M)$ ：表示在第 k 個損失區間的條件期望損失，且 $G_t(0\,|\,M)=0$ ；

$u(k)$：表示當加入資產池中第 i 張債券的違約損失金額後，增加後的總損失金額會落入的損失區間。

在期初時點(t_0)資產池內債券皆無違約發生，將不會有所損失，所以各區間損失的條件機率為： $p_{t_0}(0\,|\,M)=1$ ； $p_{t_0}(k\,|\,M)=0 \quad \forall \quad 1 \le k \le K$ 。

各區間的條件期望損失金額分別為：

$G_0(0\,|\,M)=0$ ； $G_t(K\,|\,M)=b_{K-1}$ ；

$$G_t(k\,|\,M)=\frac{b_{k-1}+b_k}{2} \quad \forall \quad 1 \le k \le K-1$$ 。

假設在第一個估計時點（ t_1 ），資產池內的第一張債券損失金額 L1，會落入第 k 個區間的損失範圍內。此時，第一張債券之違約機率 $F_1(t_1\,|\,M)$ ，會是第 k 個區間之條件違約機率 $p_{t_1}(k\,|\,M)$ ，而原始第 0 個損失區間的條件違約機率 $p_{t_1}(0\,|\,M)$ ，將由原本的 1 降為 $1-F_1(t_1\,|\,M)$ 。 接著，再將第二張債券之違約情形納入考量，方法類似上述之方式。且依序考慮資產池中每張債券發生違約時，各區間的條件違約機率以及條件期望損失金額。反覆地計算每張債券違約後各區間的條件違約機率與條件期望損失金額，直到將資產池內的所有的債券違約情形皆考慮完畢，即可估計出資產池內債券之違約損失分配。

此方法的每張債券的名目本金與回復率可以不同，計算上也較蒙地卡羅快速。但面臨資產池內債券數目眾多，以及損失區間切割不夠細小時，則所估計的損失金額將有較大的誤差。

肆、實證分析

接著，本文以國內所發行之擔保債權憑證「台灣土地銀行股份有限公司 95 年度第 1 次發行台灣工業銀行企業貸款債券信託證券化受益證券」作為實證的研究對象。相關商品之發行條款說明如表 1：

表 1　CDO 商品之契約內容

證券名稱	台灣土地銀行股份有限公司 95 年度第 1 次發行台灣工業銀行企業貸款債券信託證券化受益證券
創始機構	台灣工業銀行
特殊目的機構	台灣土地銀行
發行日期	2006 年 9 月 29 日
到期日	2010 年 9 月 1 日
付息方式	單利付息，每年付息 2 次
發行總額	5930(百萬元)
發行面額	5 百萬元/每張
分券種類	分為優先順位(第一順位、第二順位、第三順位及第四順位)及次順位(第五順位、第六順位、第七順位)受益證券。以表彰不同順位之受益人，對信託財產享有之權益持分。

資料來源：台灣土地銀行股份有限公司 95 年度第 1 次發行台灣工業銀行企業貸款債券信託證券化受益證券公開說明書。

其中，特殊目的機構所發行之七種不同順位之分券相關資料如表 2。

表 2　台灣土地銀行之 CDO 分券

分券順位	發行金額(百萬)	票面利率	發行方式	發行張數	信用評等
第一順位	4035	2.236%	上櫃	807	twAAA
第二順位	260	2.386%	上櫃	52	twAA
第三順位	475	2.60%	上櫃	95	twA
第四順位	340	3.05%	上櫃	68	twBBB-
第五順位	200	3.35%	私募	-	無
第六順位	200	3.70%	私募	-	無
第七順位	420	無	私募	-	無

資料來源：台灣土地銀行股份有限公司 95 年度第 1 次發行台灣工業銀行企業貸款債券信託證券化受益證券公開說明書。

由以上的契約內容可知，該商品是傳統的 CDO 模型。因目前市場上尚無與物價指數連動的 CDO，所以我們假設台灣土地銀行所發行的這檔商品中的

第三分券為與物價指數連動的抗通膨分券，而其他分券不與物價指數連動，以進行實証分析。

一、模型參數之估計

本文以台灣經濟新報資料庫中的台灣上市櫃公司產業分類與企業風險指標(Taiwan Corporate Credit Risk Index, TCRI)，作為資產池中各債券相關資訊的依據，進而估計模型參數。

(1) 債券名目本金：以產業之發行金額除上此產業之債券發行家數，求得各產業的平均債券發行金額，作為資產池內各債券的名目本金。

(2) 債券信用評等：將符合資產池中各產業類別之上市櫃公司評等，依發行日（2006 年 9 月 29 日）當天的市值加權，計算平均信用評等，作為資產池內各產業之評等。

(3) 債券回復率：參考 Moody's 報告書中的債券歷史回復率，求得資產池中各產業的回復率。

(4) 債券的 CDS spread： Moody's 在 1983 年至 2007 年各信用評等下四年之平均違約率。

(5) 債券發行公司與市場之相關係數：在 Li (2000) 研究中，建議使用標的資產間報酬率的相關性來替代違約時點的相關性，以提高數值運算之效率。因此本文在計算個別估算公司之報酬率與市場大盤之報酬彼此間相關性後，依照發行日當天的市值加權，求得市場與資產池內各產業別的相關係數，資料期間自 2006 年 3 月至 2008 年 3 月。並以 Kendall's τ 相關係數計來算產業與市場之相關係數，以表示資產池中的債券與市場間的非線性相關性。

(6) 無風險利率：發行日 2006 年 9 月 29 日當月五大行庫的一年期定存利率，約為 2%，作為無風險利率。

(7) 通貨膨脹率：假設物價成長率的動態過程符合幾何布朗運動 (Geometric Brownian motion, GBM)，即 $\frac{dCPI_t}{CPI_t} = \mu dt + \sigma dW_t$，其中 μ 和 σ 分別為物價成長率的平均數和變異數；W_t 是個韋納過程 (wiener process)，其服從期望值為 0，變異數為 dt 的常態分配。根據台灣主計處所公佈 2006 年 3

月至 2008 年 2 月的每月消費者物價指數資料，得消費者物價指數成長率的平均數和變異數的估計值年化後分別為 0.02776 和 0.02927。進而以蒙地卡羅模擬在 t 時點下的物價指數，並計算 t 時的通貨膨脹率 $I(t)$ (或物價成長率)，即 $I(t)=\left(\frac{CPI(t)}{CPI(0)}-1\right)$。

綜合上述，參數估計的結果彙整如表 3。

表 3　資產池內債券參數之估計

產業別	加權評等	相關係數	回復率	CDS spread
1. Automotive(汽車)	A-	0.4110	45.764%	0.417%
2. Chemical/plastics(塑化)	A+	0.5427	50.226%	0.303%
3. Clothing/textiles(紡織)	BBB	0.4629	41.950%	1.385%
4. Ecological services and equipment(生態工程設備)	BBB	0.3511	41.950%	1.385%
5. Electronics/electrical(電子/電氣)	A-	0.7446	45.764%	0.417%
6. Farming/agriculture(農業相關)	BBB	0.3279	41.950%	1.385%
7. Food service(食品服務)	BBB-	0.2928	42.337%	2.162%
8. Industrial equipment(產業設備)	BBB	0.5197	41.950%	1.385%
9. Leisure goods/activities/movies(休閒娛樂)	B	0.2566	43.370%	19.337%
10. Nonferrous metals/minerals(非鐵類金屬)	BBB-	0.3044	42.337%	2.162%
11. Steel(鋼鐵)	A	0.4782	47.670%	0.392%
12. Surface transport(航運)	BBB	0.4492	41.950%	1.385%
13 Computer storage and peripherals(電腦週邊設備)	A-	0.6424	45.764%	0.417%
14. Air transport(空運)	BB-	0.3365	43.197%	13.138%

二、實證結果

利用上述之蒙地卡羅法與機率水桶法兩種方法，評價本模型，結果如表 4。

表 4　蒙地卡羅法與機率水桶法下，CDO 分券之信用價差

分券順位	第一順位	第二順位	第三順位	第四順位	第五順位	第六順位	第七順位
發行時票面利率	2.236%	2.386%	2.60%	3.05%	3.35%	3.70%	無
無通貨膨脹效果之 CDO							
分券順位	第一順位	第二順位	第三順位	第四順位	第五順位	第六順位	第七順位
蒙地卡羅法	0.003%	0.076%	0.280%	1.022%	2.686%	6.943%	36.323%
機率水桶法	0.003%	0.073%	0.267%	0.991%	2.640%	6.933%	36.401%
具通貨膨脹效果之 CDO							
分券順位	第一順位	第二順位	第三順位	第四順位	第五順位	第六順位	第七順位
承受權重(W_i)	0.0	0.0	**-1.0**	**0.4**	**0.2**	0.0	**0.4**
蒙地卡羅法	0.003%	0.076%	**0.304%**	**1.161%**	**2.935%**	7.777%	**36.886%**
機率水桶法	0.003%	0.073%	**0.301%**	**1.131%**	**2.897%**	7.826%	**36.948%**

說明：參數設定如下：無風險利率 Rf=2%；時間切割等分 dt =208； 物價指數變動率的歷史平均值 u=0.02776；物價指數變動率的歷史標準差 σ=0.02927；水桶法切割區間 K=500；物價指數模擬次數=1000；蒙地卡羅法模擬次數=30000。

從表 4 中可以觀察，不論蒙地卡羅法或是機率水桶法對於 CDO 之評價並無太大的差異。

而在兩模型的差異上，具通貨膨脹效果模型中，抗通膨分券(第三順位)與低於此順位之分券價差，皆高於傳統 CDO 模型之分券價差。原因乃是與物價指數連動的 CDO 模型除了必須考慮債券的違約風險外亦考量了通貨膨脹的風險，致使分券的風險溢酬提高，合理的信用價差也因而上升。

三、敏感度分析

（一）各分券分擔通膨效果之比重對信用價差的影響

本文以第三順位分券作為具通貨膨脹效果之分券，而第四順位、第五順位、第六順位與第七順位之分券，則為分擔第三順位之通貨膨脹效果之分券。進而探討當第四順位、第五順位、第六順位與第七順位之分券承受通膨效果時，對各分券信用價差的影響。此影響共有下述數種情形。

1.順位高於抗通膨分券之分券(第一順位與第二順位分券)

在模型假設中，因通貨膨脹效果只會影響順位較低分券，所以順位高於第三順位分券之第一、第二順位分券的期望損失與收益，並不會因為通膨效果而受到影響，所以他們的信用價差不會改變，見表 5 至 8。

2.抗通膨分券(第三順位分券)

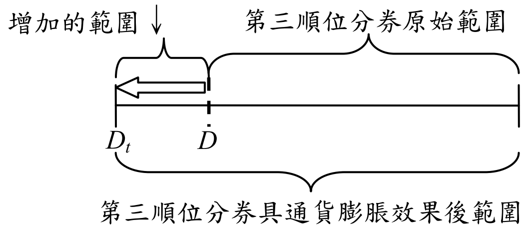


圖 5：具通貨膨脹效果之分券損失範圍的變化

當第三順位分券具有通貨膨脹的效果時，其面額與損失範圍會隨著通貨膨脹而增加，增加的損失範圍則會向下至較低順位分券如第四、第五、第六順位分券的損失範圍，如圖 5。因此當此分券具通貨膨脹效果之後，損失範圍會較原先無通貨膨脹效果時來得大，期望損失現值與期望收益現值因而變大。但因通膨效果所增加之範圍 D_tD ，該範圍發生損失的機率是比較大的區域，所以期望損失現值所增加的幅度會大於期望收益現值所增加的幅度，致使第三順位分券之信用價差會增大，見表 5 和 6。

3.第四順位分券

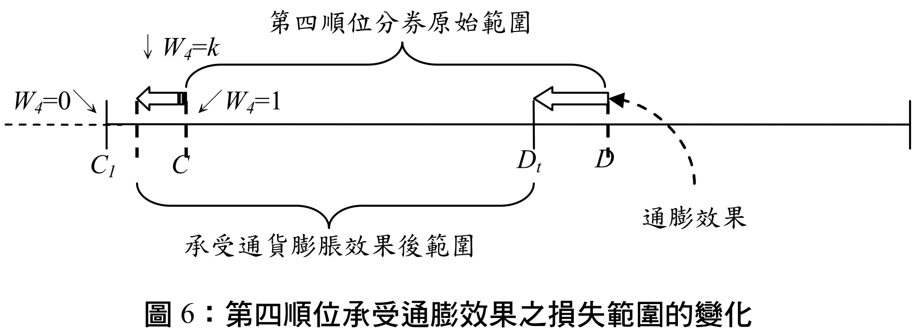


圖 6：第四順位承受通膨效果之損失範圍的變化

由於具有通貨膨脹效果的分券，所產生的通貨膨脹效果將會向較低順位分券推擠。在承受通膨效果的分券中，順位最高的分券，也就是第四順位分券，將會直接受到通膨效果 D_tD 之影響。在圖 6，當第四順位分券完全不承受通膨效果時(W4=0)，則該分券之損失範圍將由 CD 左移至 C_1D_t，且 $C_1C = D_tD$，雖然第四順位分券的總損失不變，但 C_1C 損失產生之違約機率大於 D_tD 損失產生之違約機率，因此該分券之期望損失現值會增加，但期望收益現值會減少，則信用價差會變大。

在圖 6 中，倘若第四順位分券完全承受通膨效果(W4=1)，則其損失之範圍將減少至 CD_t。由於 D_tD 區域之違約機率較低，因此該分券期望損失現值下降的幅度會低於期望收益現值，致使信用價差變大。所以當第四順位分券承受通膨效果的比重界於 0~1 之間時，第四順位分券之信用價差會逐漸變大。見表 5 至 8。

4.第五順位分券

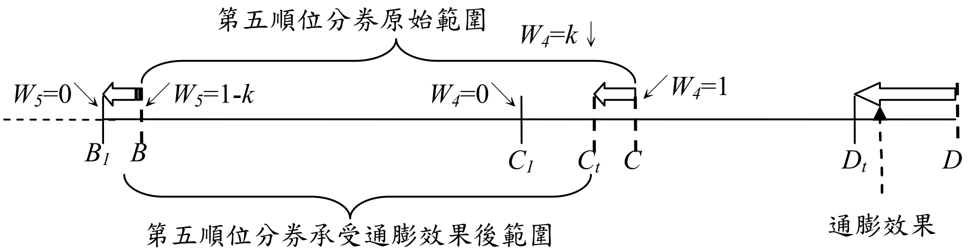


圖 7：第五順位分券承受通膨效果損失範圍的變化

圖 7，當第四順位分券只承受部分通膨效果（W4=k），則其餘的通膨效果（1-k）會由以下順位分券承擔，而 $0 < k < 1$。若第五順位分券承擔（1-k）之通膨效果，則該分券損失上界會從 C 移動至 C_t，致使期望損失現值與期望收益現值會因為分券的損失範圍變小而降低。但由於該分券減少的區域屬於違約發生機率較少的低風險區域，所以期望損失現值下降的幅度會低於期望收益現值下降的幅度，致使合理信用價差會變大。但若第五順位分券完全不承受通貨膨脹效果，即 W5=0，該分券的損失範圍從 BC 移至 B_1C_t，且 $B_1B = C_tC$。但由於此分券的損失範圍減少了違約發生機率較少的低風險區域 C_tC，但增加

了違約發生機率較高的高風險區域 B_1B ，所以該分券之信用貼水（risk premium）會上升，信用價差隨之提高。所以不論第五順位分券完全或部分承擔通膨效果，其信用價差皆逐漸增加，見表 5、6、7 和 8。

5.第六順位分券

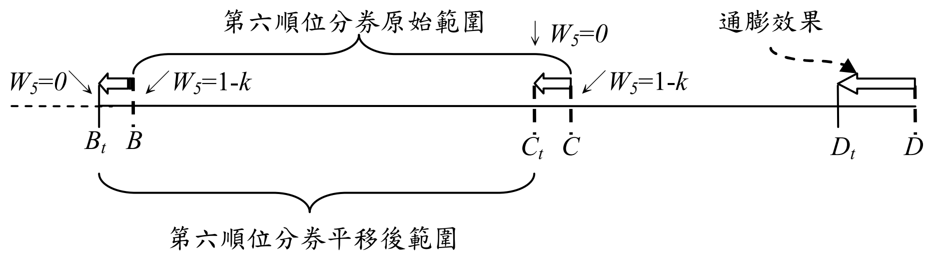


圖 8：第六順位分券損失範圍的變化

倘若第六順位分券承擔部分或全部通膨效果，其結果與第四、第五順位分券相同。但若第六順位分券完全不承擔通膨效果，而由下一順位分券承擔，則第六順位分券損失範圍將由 $\overline{BC}$ 左移至 $\overline{B_tC_t}$ ，且 $\overline{B_tB}=\overline{C_tC}$ ，見圖 8。此時，剩餘未承受的區域將會推擠至下一順位分券。期望損失現值將會高於原始無通膨效果下的期望損失現值，期望收益現值則會低於原始情形，其信用價差會上升，如表 5、6、7 和 8 所示。

6.最低順位分券

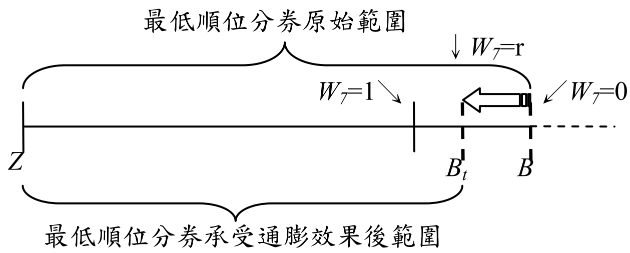


圖 9：最低順位承受通膨效果之分券損失範圍的變化

表 5　蒙地卡羅法評價具通貨膨脹效果之擔保債權憑證模型：分券承受權重變化對信用價差的影響

承受權重(W_i)											
第一順位	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
第二順位	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
第三順位	**-1**	**-1**	**-1**	**-1**	**-1**	**-1**	**-1**	**-1**	**-1**	**-1**	**-1**	**0**
第四順位	**0.5**	**0.4**	**0.3**	**0.2**	**0.1**	**0.6**	**0.4**	**0.2**	**0.3**	**0.1**	**0.3**	**0**
第五順位	**0.4**	**0.3**	**0.5**	**0.4**	**0.4**	**0.1**	**0.2**	**0.3**	**0.4**	**0.5**	**0.1**	**0**
第六順位	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
第七順位	**0.1**	**0.3**	**0.2**	**0.4**	**0.5**	**0.3**	**0.4**	**0.5**	**0.3**	**0.4**	**0.6**	**0**
信用價差(Spread)												無通膨效果
第一順位	0.003%	0.003%	0.003%	0.003%	0.003%	0.003%	0.003%	0.003%	0.003%	0.003%	0.003%	0.003%
第二順位	0.076%	0.076%	0.076%	0.076%	0.076%	0.076%	0.076%	0.076%	0.076%	0.076%	0.076%	0.076%
第三順位	**0.304%**	**0.304%**	**0.304%**	**0.304%**	**0.304%**	**0.304%**	**0.304%**	**0.304%**	**0.304%**	**0.304%**	**0.304%**	**0.280%**
第四順位	**1.142%**	**1.161%**	**1.181%**	**1.201%**	**1.222%**	**1.124%**	**1.161%**	**1.201%**	**1.181%**	**1.222%**	**1.181%**	**1.022%**
第五順位	**2.730%**	**2.861%**	**2.781%**	**2.919%**	**2.989%**	**2.871%**	**2.935%**	**2.998%**	**2.853%**	**2.909%**	**3.084%**	**2.686%**
第六順位	7.137%	7.548%	7.337%	7.777%	8.019%	7.548%	7.777%	8.019%	7.548%	7.777%	8.269%	6.943%
第七順位	**36.473%**	**36.767%**	**36.627%**	**36.886%**	**36.988%**	**36.767%**	**36.886%**	**36.988%**	**36.767%**	**36.886%**	**37.078%**	**36.323%**
花費時間	2 時 13 分	2 時 18 分	2 時 14 分	2 時 14 分	2 時 20 分	2 時 18 分	2 時 13 分	2 時 13 分	2 時 10 分	2 時 19 分	2 時 13 分	84.9 秒

說明：參數設定如下：無風險利率 R_f=2%；　物價指數變動率的歷史平均值 u=0.02776；物價指數變動率的歷史標準差 σ=0.02927；物價指數模擬次數=1000；蒙地卡羅法模擬次數=30000；分券到期年限 T=4 年；每年付息次數=2 次。

表 6　蒙地卡羅法評價具通貨膨脹效果之擔保債權憑證模型：分券承受權重變化對期望損失現值與期望收益現值的影響

承受權重(W_i)												
第一順位	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
第二順位	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
第三順位	**-1**	**-1**	**-1**	**-1**	**-1**	**-1**	**-1**	**-1**	**-1**	**-1**	**-1**	**0**
第四順位	**0.5**	**0.4**	**0.3**	**0.2**	**0.1**	**0.6**	**0.4**	**0.2**	**0.3**	**0.1**	**0.3**	**0**
第五順位	**0.4**	**0.3**	**0.5**	**0.4**	**0.4**	**0.1**	**0.2**	**0.3**	**0.4**	**0.5**	**0.1**	**0**
第六順位	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
第七順位	**0.1**	**0.3**	**0.2**	**0.4**	**0.5**	**0.3**	**0.4**	**0.5**	**0.3**	**0.4**	**0.6**	**0**
期望損失現值(DL)												無通膨效果(DL)
第一順位	0.482	0.482	0.482	0.482	0.482	0.482	0.482	0.482	0.482	0.482	0.482	0.482
第二順位	0.756	0.756	0.756	0.756	0.756	0.756	0.756	0.756	0.756	0.756	0.756	0.756
第三順位	**5.860**	**5.860**	**5.860**	**5.860**	**5.860**	**5.860**	**5.860**	**5.860**	**5.860**	**5.860**	**5.860**	**5.065**
第四順位	**13.933**	**14.295**	**14.670**	**15.056**	**15.454**	**13.581**	**14.295**	**15.056**	**14.670**	**15.454**	**14.670**	**13.076**
第五順位	**18.734**	**19.921**	**18.758**	**19.982**	**20.436**	**20.636**	**20.742**	**20.834**	**19.547**	**19.583**	**22.103**	**19.653**
第六順位	48.388	50.893	49.607	52.281	53.733	50.893	52.281	53.733	50.893	52.281	55.223	47.193
第七順位	**297.362**	**293.308**	**295.383**	**291.099**	**288.795**	**293.308**	**291.099**	**288.795**	**293.308**	**291.099**	**286.421**	**299.364**
總損失金額	385.515	385.515	385.515	385.515	385.515	385.515	385.515	385.515	385.515	385.515	385.515	385.589
期望收益現值(PL)												無通膨效果(PL)
第一順位	15433.309	15433.309	15433.309	15433.309	15433.309	15433.309	15433.309	15433.309	15433.309	15433.309	15433.309	15433.309
第二順位	993.447	993.447	993.447	993.447	993.447	993.447	993.447	993.447	993.447	993.447	993.447	993.447
第三順位	**1924.917**	**1924.917**	**1924.917**	**1924.917**	**1924.917**	**1924.917**	**1924.917**	**1924.917**	**1924.917**	**1924.917**	**1924.917**	**1809.194**
第四順位	**1219.810**	**1231.017**	**1242.211**	**1253.392**	**1264.559**	**1208.591**	**1231.017**	**1253.392**	**1242.211**	**1264.559**	**1242.211**	**1279.315**
第五順位	**686.161**	**696.224**	**674.412**	**684.430**	**683.806**	**718.651**	**706.805**	**694.973**	**685.030**	**673.263**	**716.660**	**731.702**
第六順位	677.955	674.239	676.131	672.218	670.087	674.239	672.218	670.087	674.239	672.218	667.873	679.760
第七順位	**815.296**	**797.743**	**806.469**	**789.183**	**780.771**	**797.743**	**789.183**	**780.771**	**797.743**	**789.183**	**772.479**	**824.169**

說明：參數設定如下：無風險利率 Rf=2%； 物價指數變動率的歷史平均值 u=0.02776；物價指數變動率的歷史標準差 σ=0.02927；物價指數模擬次數=1000；蒙地卡羅法模擬次數=30000；分券到期年限 T=4 年；每年付息次數=2 次。

表 7　機率水桶法評價具通貨膨脹效果之擔保債權憑證模型：分券承受權重變化對信用價差的影響

承受權重(W_i)												
第一順位	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
第二順位	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
第三順位	**-1**	**-1**	**-1**	**-1**	**-1**	**-1**	**-1**	**-1**	**-1**	**-1**	**-1**	0
第四順位	**0.5**	**0.4**	**0.3**	**0.2**	**0.1**	**0.6**	**0.4**	**0.2**	**0.3**	**0.1**	**0.3**	0
第五順位	**0.4**	**0.3**	**0.5**	**0.4**	**0.4**	**0.1**	**0.2**	**0.3**	**0.4**	**0.5**	**0.1**	0
第六順位	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
第七順位	**0.1**	**0.3**	**0.2**	**0.4**	**0.5**	**0.3**	**0.4**	**0.5**	**0.3**	**0.4**	**0.6**	0
信用價差(Spread)												無通膨效果
第一順位	0.003%	0.003%	0.003%	0.003%	0.003%	0.003%	0.003%	0.003%	0.003%	0.003%	0.003%	0.003%
第二順位	0.073%	0.073%	0.073%	0.073%	0.073%	0.073%	0.073%	0.073%	0.073%	0.073%	0.073%	0.073%
第三順位	**0.303%**	**0.302%**	**0.295%**	**0.302%**	**0.299%**	**0.295%**	**0.301%**	**0.291%**	**0.294%**	**0.302%**	**0.304%**	**0.267%**
第四順位	**1.106%**	**1.123%**	**1.153%**	**1.177%**	**1.198%**	**1.096%**	**1.131%**	**1.174%**	**1.149%**	**1.202%**	**1.150%**	**0.991%**
第五順位	**2.673%**	**2.809%**	**2.733%**	**2.878%**	**2.946%**	**2.838%**	**2.897%**	**2.961%**	**2.806%**	**2.865%**	**3.052%**	**2.640%**
第六順位	7.140%	7.552%	7.349%	7.834%	8.073%	7.589%	7.826%	8.052%	7.556%	7.837%	8.331%	6.933%
第七順位	**36.559%**	**36.848%**	**36.712%**	**36.986%**	**37.056%**	**36.875%**	**36.948%**	**37.088%**	**36.838%**	**36.989%**	**37.171%**	**36.401%**
花費時間	10 分 10 秒	10 分 9 秒	9 分 44 秒	10 分 20 秒	10 分 3 秒	10 分 32 秒	10 分 33 秒	9 分 59 秒	10 分 30 秒	9 分 49 秒	10 分 11 秒	7 分 43 秒

說明：參數設定如下：無風險利率 Rf=2%；物價指數變動率的歷史平均值 u=0.02776；物價指數變動率的歷史標準差 σ=0.02927；物價指數模擬次數=1000；時間切割等分 dt=208；分券到期年限 T=4 年；每年付息次數=2 次；水桶法切割區間 K=500。

表 8　機率水桶評價具通貨膨脹效果之擔保債權憑證模型：分券承受權重變化對期望損失現值與期望收益現值的影響

承受權重(W_i)												
第一順位	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
第二順位	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
第三順位	**-1**	**-1**	**-1**	**-1**	**-1**	**-1**	**-1**	**-1**	**-1**	**-1**	**-1**	**0**
第四順位	**0.5**	**0.4**	**0.3**	**0.2**	**0.1**	**0.6**	**0.4**	**0.2**	**0.3**	**0.1**	**0.3**	**0**
第五順位	**0.4**	**0.3**	**0.5**	**0.4**	**0.4**	**0.1**	**0.2**	**0.3**	**0.4**	**0.5**	**0.1**	**0**
第六順位	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
第七順位	**0.1**	**0.3**	**0.2**	**0.4**	**0.5**	**0.3**	**0.4**	**0.5**	**0.3**	**0.4**	**0.6**	**0**
期望損失現值(DL)												無通膨效果(DL)
第一順位	0.400	0.400	0.400	0.400	0.400	0.400	0.400	0.400	0.400	0.400	0.400	0.400
第二順位	0.724	0.724	0.724	0.724	0.724	0.724	0.724	0.724	0.724	0.724	0.724	0.724
第三順位	**5.854**	**5.825**	**5.693**	**5.836**	**5.771**	**5.703**	**5.803**	**5.610**	**5.657**	**5.832**	**5.863**	**4.827**
第四順位	**13.473**	**13.830**	**14.320**	**14.750**	**15.152**	**13.202**	**13.910**	**14.716**	**14.287**	**15.196**	**14.274**	**12.689**
第五順位	**18.314**	**19.565**	**18.403**	**19.636**	**20.121**	**20.393**	**20.470**	**20.569**	**19.237**	**19.199**	**21.874**	**19.339**
第六順位	48.445	50.961	49.723	52.667	54.110	51.183	52.624	53.980	50.990	52.684	55.643	47.171
第七順位	**297.732**	**293.637**	**295.678**	**290.929**	**288.663**	**293.336**	**291.010**	**288.942**	**293.647**	**290.906**	**286.163**	**299.791**
總損失金額	384.942	384.942	384.942	384.942	384.942	384.942	384.942	384.942	384.942	384.942	384.942	384.942
期望收益現值(PL)												無通膨效果(PL)
第一順位	15433.330	15433.330	15433.330	15433.330	15433.330	15433.330	15433.330	15433.330	15433.330	15433.330	15433.330	15433.330
第二順位	993.491	993.491	993.491	993.491	993.491	993.491	993.491	993.491	993.491	993.491	993.491	993.491
第三順位	**1929.893**	**1926.913**	**1928.993**	**1932.482**	**1929.127**	**1933.156**	**1929.313**	**1928.516**	**1925.957**	**1932.986**	**1930.276**	**1809.700**
第四順位	**1218.471**	**1231.358**	**1242.012**	**1252.762**	**1265.024**	**1204.825**	**1230.335**	**1253.670**	**1242.994**	**1264.536**	**1241.617**	**1280.279**
第五順位	**685.134**	**696.495**	**673.380**	**682.279**	**683.005**	**718.501**	**706.683**	**694.740**	**685.544**	**670.181**	**716.770**	**732.428**
第六順位	678.533	674.773	676.629	672.313	670.284	674.450	672.469	670.413	674.803	672.261	667.897	680.431
第七順位	**814.390**	**796.882**	**805.406**	**786.584**	**778.981**	**795.490**	**787.621**	**779.082**	**797.123**	**786.457**	**769.861**	**823.582**

說明：參數設定如下：無風險利率 Rf=2%； 物價指數變動率的歷史平均值 u=0.02776；物價指數變動率的歷史標準差 σ=0.02927；物價指數模擬次數=1000；時間切割等分 dt=208；分券到期年限 T=4 年；每年付息次數=2 次；水桶法切割區間 K=500。

若最低順位分券完全不承受通貨膨脹的效果時(W_7=0)，也就是通膨效果完全由前順位分券承擔，此時該分券之信用價差不會受通膨效果影響。但若最低順位分券部分承擔通膨效果，則其損失範圍由 ZB 移至 ZB_t，如圖 9。且減少的部分是違約機率發生較少的低風險區域，所以期望損失現值降低的幅度，低於期望收益現值降低之幅度，價差將會提升，又表 5、6、7 和 8 中，顯示在蒙地卡羅法和機率水桶法下，不管該分券承擔之權重為何，期望損失現值與期望收益現值都會低於無通膨效果時之期望損失現值與期望收益現值，而信用價差會高於無通膨效果模型之信用價差。

（二）資產池內債券回復率變化對信用價差的影響

由表 9 得知，當資產池內的所有債券回復率逐漸提升時，不論是較高順位或是較低順位的分券，其合理的信用價差都會逐漸降低。因回復率提升，投資人損失的部分降低，期望損失現值會降低，因此信用價差隨著降低。

由於第七順位分券為最低順位之分券，對此分券而言，只要資產池中有債券發生違約，就會造成分券的損失。所以當各債券的回復率尚未提升至一定的比率時，減少的損失金額對第七順位分券的期望損失現值將不會有太大影響，信用價差則無明顯降低之情形。而必須在回復率提升至一定程度之後，減少的損失才會影響到第七順位的期望損失現值降低。此時，信用價差才會開始明顯減少。

（三）物價指數波動度變化對各順位分券信用價差的影響

而物價指數波動率變化對各順位分券價差的影響情形與成長率類似，但對分券信用價差變化幅度的就相較於成長率要低許多，如表 10。第四順位之分券信用價差，在物價指數波動率為 1%時，分券的信用價差為 1.605%，但當波動率變為 10%時，分券的信用價差也才增加至 1.683%，提升不到 0.1%，與物價成長率變動對分券價差的影響程度相比，物價指數波動率的影響程度相對低了許多。

物價指數波動度的影響力端視各分券承受的通膨效果而定。我們知道第一、二順位分券不受第三順位分券之通膨影響，所以第一、二順位分券之合理的信用價差亦不受物價指數波動度的影響。但是第三順位分券本身是抗通膨分券，而第四順位、第五順位、第六順位與第七順位之分券在承受第三順位分券

之通膨效果後，它們合理的信用價差一定會有所變動，唯第三順位分券信用價差之變動的幅度則依其轉嫁給第四、五、六、七順位分券之大小而定。當第三順位分券之膨脹效果轉嫁給第四、五、六、七順位分券越多，則第三順位分券信用價差受物價指數波動度的影響就比較小。然而，第四、五、六、七順位分券各自承受的膨脹效果越多，則其信用價差受物價指數波動度的影響就越大。

綜合上述之實證結果，我們有以下之發現。

(1)在具通貨膨脹效果之模型下，不論是具通膨效果或是承受通膨果的分券。除了必須承擔資產池內債券的違約風險外，亦多考量了通貨膨脹之風險，分券的風險溢酬將會提高，合理的信用價差也會比原始模型下各分券的價差來得高。

(2)當資產池內債券的回復率提升時，即使債券發生違約，造成損失的金額也相對的會減少。因此，各分券的期望損失現值會降低，信用價差也隨之降低。

(3)當物價指數波動度提升時，具通貨膨脹效果之分券與承受通貨膨脹效果的分券而言，通貨膨脹之風險變大，因此信用價差也隨之上升。

伍、結論

本文將物價指數加入傳統的 CDO 評價模型中，提出一個可隨物價指數調整的一般化 CDO 模型。並以「台灣土地銀行股份有限公司 95 年度第 1 次發行台灣工業銀行企業貸款債券信託證券化受益證券」作為實證分析。結果發現，與物價指數連動之 CDO 模型的合理信用價差比傳統 CDO 評價模型高，原因是投資人在購買具通膨效果之分券時，除了必須面臨資產池內債券的違約風險外，亦需承擔通貨膨脹率變動之風險，所以其合理信用價差會較高。

該模型在通貨膨脹之際，可確保投資人的實質收益，減輕通貨膨脹的壓力。此外，當通貨膨脹效果為零時，本模型則變成傳統的 CDO 模型，所以本模型可說是傳統 CDO 的一般化模型。然而本模型並未考慮通貨緊縮的狀況，所以在通貨緊縮之際，本模型較不宜使用。

表 9　在通膨效果下回復率對各順位分券信用價差之影響

承受權重(W_i)	0.0	0.0	-1.0	0.4	0.2	0.0	0.4
回復率變化	第一順位	第二順位	第三順位	第四順位	第五順位	第六順位	第七順位
0.0%	0.027%	0.299%	0.797%	2.323%	5.632%	11.183%	33.726%
3.5%	0.025%	0.281%	0.756%	2.215%	5.446%	11.043%	34.022%
7.0%	0.022%	0.263%	0.713%	2.125%	5.262%	10.986%	34.276%
10.5%	0.020%	0.245%	0.684%	2.027%	5.032%	10.925%	34.562%
14.0%	0.018%	0.228%	0.641%	1.926%	4.760%	10.802%	34.834%
17.5%	0.015%	0.210%	0.596%	1.838%	4.548%	10.631%	35.143%
21.0%	0.013%	0.190%	0.566%	1.736%	4.309%	10.399%	35.371%
24.5%	0.011%	0.173%	0.516%	1.644%	4.074%	10.111%	35.689%
28.0%	0.009%	0.155%	0.479%	1.547%	3.836%	9.768%	35.963%
31.5%	0.008%	0.138%	0.446%	1.457%	3.613%	9.437%	36.279%
35.0%	0.006%	0.120%	0.408%	1.355%	3.384%	9.001%	36.503%
38.5%	0.005%	0.101%	0.357%	1.266%	3.172%	8.513%	36.736%
42.0%	0.003%	0.085%	0.325%	1.173%	2.964%	7.994%	36.935%
45.5%	0.002%	0.068%	0.282%	1.074%	2.752%	7.457%	37.030%
49.0%	0.002%	0.053%	0.245%	0.973%	2.533%	6.901%	36.964%
52.5%	0.001%	0.038%	0.198%	0.873%	2.317%	6.339%	36.759%
56.0%	0.000%	0.025%	0.161%	0.771%	2.100%	5.787%	36.441%
59.5%	0.000%	0.014%	0.115%	0.676%	1.899%	5.264%	35.866%
63.0%	0.000%	0.006%	0.078%	0.570%	1.676%	4.718%	35.103%
66.5%	0.000%	0.001%	0.049%	0.460%	1.447%	4.196%	34.056%

說明：參數設定如下：無風險利率 Rf=2%；　物價指數變動率的歷史平均值 u=0.02776；物價指數變動率的歷史標準差 σ=0.02927；物價指數模擬次數=1000；時間切割等分 dt=208；分券到期年限 T=4 年；每年付息次數=2 次；水桶法切割區間 K=500。花費時間 3 時 16 分 54 秒。

表 10　在通貨膨脹效果模型下，物價指數波動度變化對各順位之分券信用價差的影響

承受權重(W_i)	0.0	0.0	-1.0	0.4	0.2	0.0	0.4
物價指數波動度	**第一順位**	**第二順位**	**第三順位**	**第四順位**	**第五順位**	**第六順位**	**第七順位**
0.0%	0.003%	0.073%	0.521%	1.605%	3.782%	11.284%	37.197%
1.0%	0.003%	0.073%	0.522%	1.606%	3.785%	11.299%	37.177%
2.0%	0.003%	0.073%	0.525%	1.609%	3.789%	11.320%	37.168%
3.0%	0.003%	0.073%	0.525%	1.600%	3.771%	11.274%	37.094%
4.0%	0.003%	0.073%	0.532%	1.610%	3.791%	11.341%	37.125%
5.0%	0.003%	0.073%	0.540%	1.611%	3.790%	11.361%	37.025%
6.0%	0.003%	0.073%	0.545%	1.609%	3.787%	11.351%	37.028%
7.0%	0.003%	0.073%	0.561%	1.627%	3.816%	11.478%	36.912%
8.0%	0.003%	0.073%	0.576%	1.625%	3.812%	11.484%	36.867%
9.0%	0.003%	0.073%	0.581%	1.650%	3.848%	11.624%	36.781%

說明：參數設定如下：無風險利率 Rf=2%； 物價指數變動率的歷史平均值 u=0.1；物價指數變動率的歷史標準差 σ=0.02927；物價指數模擬次數=1000；時間切割等分 dt=208；分券到期年限 T=4 年；每年付息次數=2 次；水桶法切割區間 K=500。花費時間 3 時 14 分 44 秒。

參考文獻

Black, F. and Cox, J. C., 1976, "Valuing Corporate Securities: Some Effects of Bond Indenture Provisions," **Journal of Finance**, Vol. 31, No. 2, 351-367.

Black, F. and Scholes, M., 1973, "The Pricing of Options and Corporate Liabilities," **Journal of Political Economy**, Vol. 81, No. 3, 637-654.

Cathcart, L. and El-Jahel, L., 1998, "Valuation of Defaultable Bonds," **Journal of Fixed Income**, Vol. 8, No. 1, 65-78.

Cifuentes, A. and O'Connor, G., 1996, "The Binomial Expansion Technique Applied to CBO/CLO Analysis." Working paper, Universidad Adolfo Ibáñez.

Cox, J. C., Ingersoll, J. E., and Ross, S. A., 1985, "A Theory of the Term Structure of Interest Rates," **Econometrica**, Vol. 53, No. 2, 385-407.

Duffie, D. J. and Singleton, K. J., 1999, "Modeling term structure of defaultable bonds," **Review of Financial Studies**, Vol. 12, No. 4, 687-720.

Geske, R., 1977, "The Valuing of Corporate Liabilities as Compound Options," **Journal of Financial and Quantitative analysis**, Vol. 12, No. 4, 541-552.

Hinnerich, M., 2008, "Inflation-indexed Swaps and Swaptions," **Journal of Banking and Finance**, Vol. 32, No. 11, 2293-2306.

Hull, J. and White, A., 2004, “Valuation of a CDO and an n-th to Default CDS without Monte Carlo Simulation,” **Journal of Derivatives**, Vol. 12, No. 2, 8-23.

Jarrow, R. A., Lando, D., and Turnbull, S., 1997, “A Markov Model for the Term Structure of Credit Risk Spreads,” **Review of Financial Studies**, Vol. 10, No. 2, 481-523.

Jarrow, R. and Turnbull, S., 1995, “Pricing derivatives on financial securities subject to credit risk,” **Journal of Finance**, Vol. 50, No. 1, 53-86.

Lando, D., 1998, “On Cox processes and Credit Risky Securities,” **Review of Derivatives Research**, Vol. 2, No. 2-3, 99-120.

Laurent, J. P. and Gregory, J., 2002, “Basket Default Swaps, CDO’s and Factor Copulas.” Working paper, University of Lyon.

Li, D. X., 2000, “On Default Correlation: a Copula Approach,” **Journal of Fixed Income**, Vol. 9, No. 4, 43-54.

Longstaff, F. and Rajan, A., 2008, “An Empirical Analysis of the Pricing of Collateralized Debt Obligations,” **The Journal of Finance**, Vol. 8, No. 2, 529-563.

Longstaff, F. and Schwartz, E., 1995, “A Simple Approach to Valuing Risky Fixed and Floating Rate Debt,” **Journal of Finance**, Vol. 50, No. 3, 789-819.

Meneguzzo, D. and Vecchiato, W., 2002, “Copula Sensitivity in Collateralized Debt Obligations and Basket Default Swaps,” **Journal of Futures Market**, Vol. 24, No. 1, 37-70.

Mercurio, F. and Moreni, N., 2006, “Inflation with a Smile,” **Risk**, Vol. 19, No. 3, 70-75.

Mercurio, M., 2005, “Pricing Inflation-indexed Derivatives,” **Quantitative Finance**, Vol. 5, No. 3, 289-302.

Merton, R. C., 1973, “Theory of Rational Option Pricing,” **Bell Journal of Economics and Management Science**, Vol. 4, No. 1, 141-183.

Merton, R. C., 1974, “On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates,” **Journal of Finance**, Vol. 29, No. 2, 449-470.

Moraux, F., 2004, “A Closed Form Solution for Pricing Defaultable Bonds,” **Finance Research Letters**, Vol. 1, No. 2, 135-142.

Peixoto, F. M., 2004, “Valuation of a Homogeneous Collateralized Debt Obligation.” Working paper, University of Waterloo.

Reiner, E. and Rubinstein, M., 1991, “Breaking Down the Barriers,” **Risk**, Vol. 4, No. 8, 28-35.

Vasicek, O., 1977, “An Equilibrum Characterization of the Term Structure,” **Journal of Financial Economics**, Vol. 5, No. 1, 177-188.

作者簡介

陳 芬 英

政治大學金融博士，目前為世新大學財務金融學系副教授。研究領域為財務工程學、利率模型和固定收益證券分析。主要教授固定收益證券分析、期貨選擇權、債券與利率分析和國際財務管理。學術論文曾發表於 Economic Modelling (SSCI)、Journal of Risk Finance (FLI)、Applied Mathematics and Computation (SCI)、International Journal of Innovative Computing, Information and Control (SCI)、Computers and Mathematics with Applications (SCI)、The Journal of Risk Model Validation (SSCI)、中山管理評論 (TSSCI)、管理學報 (TSSCI)、亞太經濟管理評論、台灣期貨與衍生性商品學刊。

E-mail: fyichen@cc.shu.edu.tw

彭 星 與

世新大學財務金融碩士，目前任職於第一商業銀行仁愛分行。

E-mail: peng_seanui@hotmail.com